

I.4. DİNAMIĞIN TEMELLERİ. SÜRTÜNME KUVVETLERİ KÜTLE ÇEKİM YASASI

I.4.01. DİNAMİK İLKELERİ VEYA

NEWTON'UN HAREKET YASALARI

Bölüm 3 ve 4 de *kinematik* yani, hareketin nedenlerini ele almadan sadece hareketli maddi noktanın doğrusal ve düzlemsel hareketleri incelendi. Bu hareketlerin, yer değiştirme, hız ve ivme vektörleri ile tanımları yapıldı. Bu bölümde hareket *kinetik* bakımdan, daha açık olarak hareketi oluşturan kuvvetler de hesaba katılarak hareket incelenecektir.

BÖLÜM I.4 DİNAMİĞİN TEMELLERİ, SÜRTÜNME KUVVETLERİ, KÜTLE ÇEKİM YASASI

Kinetikte, kinematikteki *hız* ve *ivme* terimlerine ilaveten, *kuvvet* ve *kütle* terimleri de kullanılacaktır. Burada hareketleri incelenecek sistemler atomik boyutlara göre oldukça büyük parçacıklardır ve bunların hızları ışık hızına göre de küçüktür. Bu tür çalışma yapan mekanik dalına *klasik mekanik* denilmektedir. Bilimsel gelişmeler sonunda, atomik (mikroskobik) ölçütlü sistemler ve ışık hızına yakın hızlar devreye girmiş ve tanım sırasına göre mekaniğin, *kuantum mekaniği* ve *özel rölativite* dalları ortaya çıkmıştır. Bununla beraber klasik mekaniğin uygulama alanları yönünden, moleküler boyutlardan başlayıp uzay araştırmalarına kadar geniş bir spektrumu vardır.

İnsanlığın binlerce yıllık bilgi birikimi sonunda, klasik mekanik dallarından olan dinamik ilkelerinin ilk şekli, G.Galilei (1564-1642) tarafından verilmiş ve çalışmalara Chr.Huygens (1629-1695) tarafından devam edilmiş ve İ.Newton tarafından 1686 da yayınlanan *ilmin matematiğinin prensipleri* adlı eserinde dinamiğin tüm ilkeleri bir bütün halinde ortaya konmuştur. Bu ilkelerle *kütle* ile *ağırlık* birbirinden ayırt edilmiş, *kuvvet* ile *ivme* arasındaki orantılılık ortaya çıkmıştır. Ancak bilimsel gelişmelerle birlikte, *kuantum mekaniği* ve *relativite teorisine* göre, *Newton mekaniği* (Klasik mekanik) temellerinin değiştirilmesine gerek duyulmuştur. Klasik mekanik yasaları yaklaşık olarak doğru olmakla beraber bunların uygulama alanları oldukça geniştir ve sade çözümler verirler.

I.4.02.NEWTON'UN BİRİNCİ HAREKET YASASI VEYA EYLEMSİZLİK İLKESİ VE KUVVET

Newton'un birinci yasası olan- eylemsizlik ilkesi, referans sitemini veya daha genel koordinat sisteminin belirlenmesi olgusunu ortaya koyar. Birinci yasaya göre; *hiç bir kuvvetin etkisinde olmayan maddi bir nokta (cisim) ya durgun halde kalır veya düzgün doğru bir hareket yapar*. Matematik diliyle bu tanım,

$$\Sigma \mathbf{F}=0, \quad \text{ve} \quad \mathbf{a}=0 \quad (01)$$

bağıntılarıyla belirlenir. Birinci yasada vurgulanan, dış kuvvetin etkimemesi sonunda cismin ya hareketsiz kalması yada düzgün doğru hareket yapması özelliğine *eylemsizlik* 'de denilmektedir. Newton'un birinci yasası zaman zaman eylemsizlik ilkesi olarak ta anılır.

BÖLÜM I.4 DİNAMIĞIN TEMELLERİ, SÜRTÜNME KUVVETLERİ, KÜTLE ÇEKİM YASASI

Kuvvet, doğrultusu, yönü ve büyüklüğü olan vektörel bir niceliktir. Durgun haldeki veya hareketli bir cisme çevresindeki cisimler etkiyorsa, bu cisim doğal olarak durgunluğunu veya hareketini değiştirir. Diğer cisimlerin bu değişim etkisi olan *kuvvet* kavramının daha açık olarak belirlenmesinde yarar vardır.

Kuvvet; kuvvetin tanımını eylemsizlik ilkesi vermektedir, bununla birlikte kuvvet, cisimlerin şekillerinde bir değişim yapabilen, duran bir cismi harekete geçiren veyahut hareketin hızında değişimler (ivmeli hareket) yapabilen neden olarak tanımlanır. Kuvvet, bu etkisi ile bilinir ve ölçülür. Kuvvet ölçümünde kullanılan yaylı kantar, kuvvetin cisimler üzerindeki şekil değiştirme etkisinden yararlanılarak yapılmıştır. Kuvvet etkilediği cisme her an bir **a** ivmesi verir.

Değişik doğal bir takım kuvvetler bir cisme etkilediğinde, her kuvvet diğerlerinden bağımsız olarak cisme ivme kazandırır. Dolayısıyla cismim kazandığı toplam ivme bu bağımsız ivmelerin vektörel toplamıyla ifade edilir.

I.4.03.NEWTON'UN İKİNCİ HAREKET YASASI; KÜTLE-DİNAMIĞIN TEMEL BAĞINTISI

Çeşitli kuvvetlerin kütleli bir noktaya verecekleri ivme, bu kuvvetlerin bileşkelerinin yön ve doğrultusunda olup, değeri bu kuvvetle orantılıdır. Bu genel tanımı, cisme etkileyen yalnızca bir kuvvet içinde geçerlidir. Böylece, *kütleli bir noktaya etkileyen her kuvvet, bu noktaya, değeri, doğrultusu ve yönü bu kuvvetle orantılı olan bir ivme verecektir.*

Son ilkedan anlaşılacağı gibi, uygulanan kuvvet sabit olursa kütleli maddi noktaya vereceği ivmede sabit olur. Başlangıçta durgun olan kütleli nokta sabit kuvvetin etkisiyle kuvvetin yön ve doğrultusunda düzgün değişen doğrusal hareket yapar. Bir cismin ağırlığı, yer küresinin kütle çekim kuvveti nedeniyle oluşmaktadır. Bu kütleli yer çekim kuvveti cisme etkileyerek, oldukça geniş alanda sabit kabul edilen g ivmesiyle bu cismi yer küreye doğru düşey olarak düzgün değişen doğrusal olarak hareket ettirir.

Kütle; bir cisim, değişik kuvvetlerin etkisi altında değişik ivmeler kazanır. Dinamiğin ikinci ilkesi gereğince, kuvvetlerin cisimlere verdikleri ivmelere oranı sabit olmalıdır. Aynı cisme etkileyen $F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$ gibi kuvvetlerin sırasıyla o cisme kazandırdıkları ivme, $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ olursa,

BÖLÜM I.4 DİNAMİĞİN TEMELLERİ, SÜRTÜNME KUVVETLERİ, KÜTLE ÇEKİM YASASI

$$\frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2} = \frac{F_3}{a_3} = \dots = \frac{F_n}{a_n} = m = \text{sabit} \quad (02)$$

olur. Bu sonuca göre, *bir cismin hız değişimine karşı gösterdiği dirence kütle denilmektedir.*

Her cisim için karakteristik bir büyüklük olan, kuvvet ve ivmeye bağımlı olmayan **m** sabitine, "cisim hızının ışık hızıyla ölçülebilir halleri hariç yani relativistik etki dışında" incelenen cismin kütlesi adı verilir. (02) bağıntısından görüleceği gibi *kütle skaler bir büyüklüktür.* Son bağıntı genel olarak,

$$F = m \cdot a \quad \text{veya} \quad a = \frac{F}{m} \quad (03)$$

yazılır ve buna *dinamiğin temel bağıntısı* adı verilir.

Son bağıntıya göre, Newton'un ikinci hareket yasasının tanımı, *bir kuvvet bir cisme etkiğinde bir ivme oluşturur ve bu ivme etkileyen kuvvetle doğru orantılı ve cismin kütlesi ile ters orantılıdır.* şeklinde ifade edilir. (03) vektörel bağıntısı, kuvvetin uzaysal dik koordinat sistemindeki bileşenleri, F_x , F_y ve F_z ivmeninkilerde, a_x , a_y ve a_z ise,

$$F_x = m \cdot a_x \quad F_y = m \cdot a_y \quad F_z = m \cdot a_z \quad (04)$$

olarak yazılır. Newton dinamik ilkelerini önermiş fakat ikinci yasanın $F = m \cdot a$ olarak bağıntı haline getirilmesi 1752 yılında İsviçreli matematikçi L.Euler tarafından yapılmıştır.

I.4.04. BİR CİSMİN AĞIRLIĞI.

Bir cismin ağırlığı, yer kürenin bu cisme etki ettiği kütle çekim kuvvetinden meydana gelmiştir. Yerküre kütlesi m olan bir cisme, yer çekim ivmesinin sabit olacağı geniş bir alanda **g** ivmesi verir. Bu ivmenin büyüklüğü **g**, doğrultusu yerküreye dik ve yönü aşağıya doğrudur. SI birim sisteminde **g** 'nin büyüklüğü, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ olarak alınır. **g** nin büyüklüğü coğrafi enlem boylam ve yerküreye olan uzaklığa göre değişir, fakat bulunulan konum için değeri sabit gibi kabul edilebilir.

Dinamiğin temel bağıntısına göre cismin ağırlığı,

BÖLÜM 1.4 DİNAMİĞİN TEMELLERİ, SÜRTÜNME KUVVETLERİ, KÜTLE ÇEKİM YASASI

$$w=m.g \quad (05)$$

dır. Cisim ay da veya başka bir gezegende ise, kütle çekim ivme büyüklüklerinin bu sistemlere göre alınıp cismin o sistemlerdeki ağırlıkları bulunur. Örnek olarak; skaler olarak ağırlıkları

$$W_{ay}=mg_{ay}, \quad W_{jupiter}=mg_{jupiter} \quad W_{dünya}=mg_{dünya} \quad (05^1)$$

Bir cismin m kütlesi " relativistik hızlar hariç " sabit pozitif değerli skaler bir büyüklüktür. Oysa cismin vektörel bir büyüklük olan ağırlığı, g 'nin büyüklüğünün alacağı değerlere göre değişir. SI birim sisteminde *kütlenin büyüklüğü* kg . olarak alınır. g değerinin coğrafi duruma göre değişimine bir örnek olarak 1 kg kütlenin kutuplardaki ağırlığı ile ekvatordaki ağırlığı aynı olmayacağını gösterelim, ağırlığın ve ivmenin skaler değerlerini alırsak,

$$W_{kutup}=m.a_{kutup} =1 \text{ kg}.9,83 \text{ m/s} =9,83 \text{ N}$$

$$W_{ekvator}=m.a_{ekvator}=1 \text{ kg}.9,78 \text{ m/s} = 9,78 \text{ N}$$

olur. Diğer taraftan kütle çekimin olmadığı uzayda g 'nin büyüklüğü sıfır olacağından cismin ağırlığı olan w da sıfıra eşit olacaktır.

Yaylı teraziler cisimlerin ağırlıklarını, kollu teraziler cisimlerin ağırlıklarını karşılaştırarak onların kütlelerini ölçer.

Kütle, bir cismin sahip olduğu madde veya enerji çokluğunu karakterize eder. Einstein'ın özel relativite teorisine göre bir cismin durağan kütlesi m_0 ise onun hızının, c ışık hızı ile ölçülebilen hız değerlerindeki kütlesi,

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (06)$$

ve enerjisi,

$$E=m.c^2 \quad (07)$$

bağıntısıyla verilir. Işık hızının değeri $c= 300\,000 \text{ km/s}=3.10^8 \text{ m/s}$ dir.

I.4.05.NEWTON'UN ÜÇÜNCÜ HAREKET YASASI

VEYA ETKİNİN TEPKİYE EŞİT OLMASI İLKESİ

İki kütleli noktanın veya iki cismin birbirlerine uygulayacakları kuvvetler aynı doğrultulu, zıt yönlü ve değerce birbirlerine eşit kuvvetlerdir. Bu kuvvetlerden birine *etki* diğerine de *tepki* denir. Bir cisme kuvvet uygularsak cisimde uyguladığımız kuvvete eşit ve zıt yönde bize bir kuvvet uygular.

Bir iple asılmış bir ağırlığın ipe uyguladığı kuvvet etkisi, ipin ağırlık üzerine uyguladığı tepki kuvvete eşittir. Bir masa üzerinde bulunan bir cismi masayı ağırlığına eşit bir kuvvetle iter ve cisim masa üzerinde dengede kaldığından masada cisim bu ağırlığa eşit ve zıt yönde bir kuvvetle iter. Silahların geri tepmesi, roket ve jet uçaklarının hareketi bu ilkeye göredir.

Bir asansör içindeki bir yaylı kantar üzerinde duran adam, eğer asansör duruyorsa veya sabit hızla hareket ediyorsa, kantara aşağı yönlü $w=m.g$ ağırlığı kadar bir kuvvetle etki yapacak ve kantarda adama yukarı yönlü w değerinde bir tepki uygulayacaktır. Eğer asansör pozitif a ivmesi ile yukarı doğru harekete başlarsa, kantarda adama ivme vermek için fazladan, ivmenin yön ve doğrultusunda dengelenmiş $F=m.a$ ' kadar bir kuvvet daha uygulayacak ve tepki (adamın kantardan okunan ağırlık değeri),

$$T=w+ma =mg+ma= m(g + a) \quad (08)$$

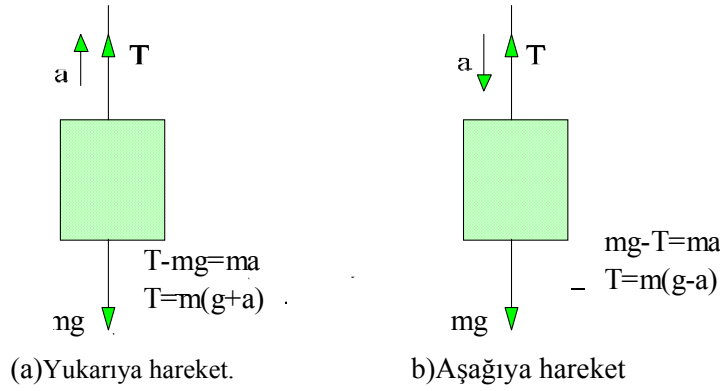
olacaktır. Asansör aynı ivmeyle aşağı doğru inerse, kantarda okunan **etki = - tepki** olduğundan,

$$T=w - ma =m(g - a) \quad (09)$$

olur. Aynı sonuçları, Newton'un ikinci hareket yasasından da elde edebiliriz, örnek olarak pozitif a ivmesi ile yukarı doğru çıkan $m.g$ ağırlığındaki bir asansörün çelik kablosundaki T gerilmesi, sisteme etkileyen net kuvvet sistemin kütlesiyle ivmesinin çarpımına eşittir ($F=m.a$) bağıntısından ve kuvvetlere ait yönlere dikkat edilerek (Şekil 01.a),

$$T - m.g =m.a \quad \text{ve} \quad T= m.(g + a)$$

olarak eğer asansörün ivmesi aşağı doğru, $- a$ ise bu kez çelik kablodaki gerilme (şekil 01.b)



Şekil.01 a,b.Net kuvvet diyagramı

$$m \cdot g - T = m \cdot a \quad \text{ve} \quad T = m \cdot (g - a)$$

olur. En son bağıntıya göre asansörün ivmesi yer çekim ivmesine eşit olursa $a = g$, aşağı yönlü harekette asansöre halatındaki gerilme sıfır olacaktır.

I.4.06. D'ALEMBERT İLKESİ. ATALET KUVVETLERİ

Newton'un ikinci yasası,

$$F = m \cdot a \quad \text{veya} \quad F - m \cdot a = 0$$

olarak yazılabilir. F kuvvetinin etkisinde olan kütsel bir noktaya, bu kuvvete eşdeğer zıt yönlü bir uydurma ($-m \cdot a$) kuvveti uygulanırsa ki bu kuvvete *atalet kuvveti* denilmektedir, sisteme etkiyen kuvvetlerin bileşkesi sıfır olur. Bu zaman sistem dinamik sistem halinden çıkıp statik sistem haline dönüşür. *D' Alembert ilkesine göre, atalet kuvvetleri ile gerçek kuvvetler statik denge oluştururlar.*

I.4.07. BAĞLI SİSTEMLERDEKİ GERİLİM KUVVETİ.

Kütleleri M ve m olan iki cisim kütleleri ve uzamaları ihmal edilen bir kablo ile birbirlerine bağlanmıştır (Şekil 02). Bu cisimlere şekilde görüldüğü gibi doğrultu ve yönleri belirtilmiş F_1 ve F_2 gibi iki kuvvet etkisin. Bu durumda hareketin ivmesi ve kablodaki gerilme kuvvetini bulmak isteyelim. Kablodaki gerilme kuvvetinin hesaplanması, F_1 ve F_2 kuvvetleri etkisiyle

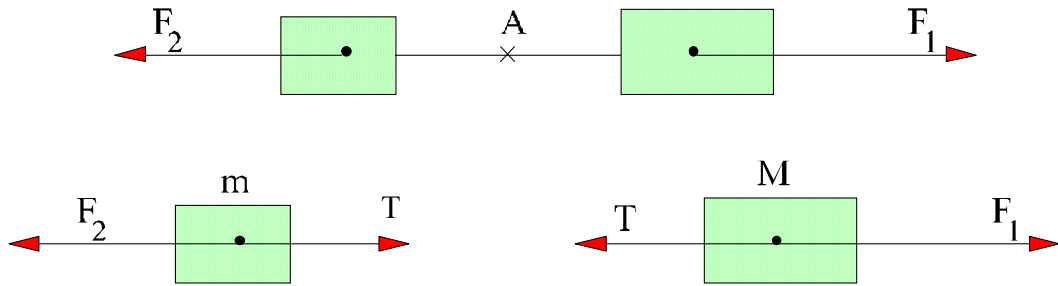
BÖLÜM 1.4 DİNAMİĞİN TEMELLERİ, SÜRTÜNME KUVVETLERİ, KÜTLE ÇEKİM YASASI

gerilmiş kablunun bir A noktasından kesildiğini varsayalım. Sicimin bir tarafını eski gergin durumunda tutmak için sicim doğrultusunda bir T gerilim kuvvetinin ve öbür tarafını gergin tutmak için sicimle aynı doğrultulu bir T' gerilim kuvvetinin uygulanması gerekir. Etki ve tepkite göre $T=T'$ olacaktır. Bu durumda cisimler kendilerine etkiyen kuvvetlerin etkisiyle ortak bir a ivmesi kazanırlar, dinamiğin temel yasasına göre hareket doğrultusunun yönü pozitif x eksenini seçilirse,

$$M \text{ kütlesi} \quad F_1 - T = Ma$$

$$m \text{ kütlesi} \quad T - F_2 = ma$$

bu iki bağıntıdan,



Şekil 02. Bağlı sistemlerin gerilim kuvveti

$$a = \frac{F_1 - F_2}{M + m} \quad T = \frac{F_1 M + F_2 m}{M + m}$$

elde edilir.

I.4.08. DİNAMİK YASALARININ ATWOOD ALETİ VE EĞİK DÜZLEMLE DENEL OLARAK DOĞRULANMASI.

Dinamik yasalarını birkaç özel hal için deneysel olarak Atwood aleti ve eğik düzlem kullanarak yaklaşıklıkla kontrol edebiliriz.

Atwood makinesi ,

Basit yapılı bir Atwood makinesi , alt tarafı sabitleştirilmiş düşey bir uzaklık ölçme çubuğunun üst ucuna tutturulmuş yatay bir eksen etrafında dönen çok hareketli hafif bir makara ve bu makaranın yarığında, uçlarında silindirik eşit iki M kütle taşıyan ince ve uzun bir ip geçirilmiş bir sistemdir. Makaranın bir tarafındaki ipe bağlı kütle düşme yüksekliklerini ölçmeye yarayan düşey cetvelin sıfır bölmesi hizasında bulunan menteşeli bir tabla üzerinde durur ve üzerine ek olarak sistemin hareketini sağlayabilmesi için ek bir m

BÖLÜM 1.4 DİNAMIĞIN TEMELLERİ, SÜRTÜNME KUVVETLERİ, KÜTLE ÇEKİM YASASI

kütlesi konur. Menteşeli tabla hareket ettirilip üzerinde m kütlesi ekli olan (M + m) kütlesi serbest olarak düşmeye başlar.

Dinamik yasalarını ve serbest düşme yasalarını inceleyebilmek için cetvel üzerinde menteşeli kısmın tarafında (ek kütle konularak düşme sağlanan tarafta) olmak üzere ve arzu edilen yerlere birisi delikli ve diğeri dolu iki tabla konur. Sistemdeki makaranın kütlesi ihmal edilemiyorsa (hareket eden makaranın yarı kütlesi μ ise), üzerinde ek m kütlesi bulunan menteşeli kısımda menteşe açılarak hareket başlatılırsa dinamiğin temel yasasına göre hareket eden sistemin ivmesi,

$$a = \frac{mg}{2M + m + \mu}$$

olacaktır. Son bağıntıdan görüleceği gibi a ivmesi g ivmesinden daha küçüktür. M kütesinin değerinde değişiklikler yapılarak istenildiği kadar yavaş bir hareket (*yavaşlatılmış düşme hareketi*) elde edilebilir. Atwood aletiyle dinamik yasalarının sağlanması amacıyla aşağıdaki belirtilen bazı deneyler yapılır.

Sabit bir kuvvet etkisi altında bir cismin sabit kuvvetle aynı doğrultulu ve yönlü sabit ivmeli bir hareket yapması, Düzgün değişen doğrusal hareket olarak adlandırılır.

Düşey ölçülü cetvel üzerindeki menteşeli tarafta bulunan içi dolu tabla, cetvelin hareketin başlayacağı başlangıç noktasından çeşitli uzaklıklardaki noktalara konular Harekete başlatılan kütlelerin (M+m) bu uzaklıkları aldığı yol, kütlelerin içi dolu tablaya çarptıkları zaman aralığı kronometreyle ölçülerek bulunur. Böylece ele alınan yollar için geçen zamanların karesiyle orantılı olduğu daha açık olarak hareketin düzgün değişen doğrusal hareket olduğu anlaşılır.

Bir sisteme etkiyen toplan kuvvetin sıfır olması halinde sistemin sabit hızla hareket etmesi .

Atwood aletindeki hareket ettirici m kütlesi, hareket başlatıldıktan sonra, s hareketin belirli bir anında delikli tabla tarafından tutulur. Böylece makaranın her iki tarafındaki aynı doğrultulu fakat zıt yönlü M kütlelerinden oluşan eşit değerdeki iki kuvvetin bileşkesi sistem üzerinde sıfır olur. Bu duruma ait yapılan ölçümler sonucunda hareketin düzgün doğrusal hareket olduğu anlaşılır.

İvmenin kuvvetle orantılı olması.

BÖLÜM 1.4 DİNAMİĞİN TEMELLERİ, SÜRTÜNME KUVVETLERİ, KÜTLE ÇEKİM YASASI

Sisteme ilave edilen m kütleleri (m' , m'' ,) şeklinde değiştirilerek her konuma ait ivmeler, Atwood aletindeki ivme hesaplamasına ait bağıntıdan hesaplanır. Hesaplanan ivmelerin sırasıyla kütlelere ait ağırlıklara oranlanırsa;

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m'g}{m''g} \quad \text{veya} \quad \frac{m'g}{a_1} = \frac{m''g}{a_2} = \text{sabit}$$

gözlenir. Böylece ivmenin kuvvetle orantılı olduğu görülür. Atwood aletinin geliştirilmiş olanlarıyla düşme zamanları oldukça duyarlı olarak ölçülebilmektedir. Böylece dinamik yasalarının incelenmesi de daha duyarlı olarak yapılabilmektedir.

Eğik düzlem ;

Dinamik yasalarını incelemek amacıyla, basit bir sistem olan eğik düzlem oluşturularak ölçümler yapılabilir. Değişik şekillerde eğik düzlemler bulunmaktadır. Örnek olarak, yatayla belli bir açı yapacak şekilde tutulan genişçe bir cam boru, üstüne bir oluk açılmış bir tahta veya üzerinde sürtünmeli olarak bir bloğunun kaydığı tahta birer eğik düzlemdir. Eğik konumlu bir cam boru içinde veya eğik konumlu oluklu bir tahta üzerindeki bir cam bilye kendi ağırlığının eğik yol üzerindeki bileşeniyle yuvarlanır. Yuvarlanmaya ait yol ve zaman ölçümleri yapılarak istenilen amaca ulaşılır. Yatayla α açısı yapan bir eğik düzlem üzerinde m kütleli bir blok, kendi ağırlığının yatay düzlem üzerindeki bileşkesi nedeniyle, sürtünmesi ihmal edilecek bir şekilde kaysın. Burada eğik düzleme paralel olan ağırlık bileşenine hareket ettirici F kuvveti adı verilir. Ağırlığın eğik düzleme dik (normal) olan bileşenine basma kuvveti N adı verilir. α açısının belli bir değerinde hareket başlayınca;

$$F = mg \sin \alpha \quad N = mg \cos \alpha$$

Dinamiğin temel yasasından hareketin ivmesi;

$$a = \frac{mg \sin \alpha}{m} = g \sin \alpha$$

olur. Eğik düzlem üzerinde kayan çeşitli kütlelerin aldıkları yola karşılık gelen zamanlar ölçüldüğünde alınan yolların zamanın karesiyle değiştiği gözlenir. Böylece hareketin düzgün değişen doğrusal hareket olduğu ve anılan yasanın gerçekleştiği görülür.

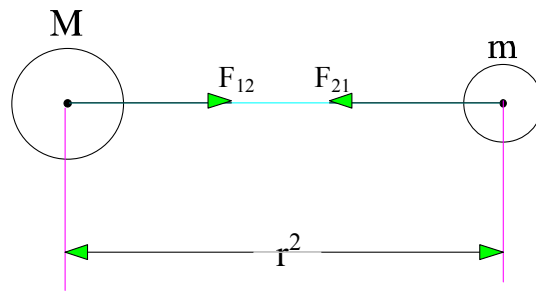
I.4.09. NEWTON'UN EVRENSEL KÜTLE ÇEKİM YASASI

Aralarındaki en kısa uzaklık r ve kütleleri M ve m olan iki kütleli parçacık arasındaki çekim kuvveti, kütlelerin çarpımı ile doğru orantılı ve aralarındaki uzaklığın karesi ile ters orantılıdır. Orantı katsayısı G olmak üzere bu çekim kuvveti,

$$F = G \frac{Mm}{r^2} \quad (10)$$

bağıntısıyla verilir. G evrensel kütle çekim sabitinin büyüklüğü, $G = 6,670 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$ dir. İki kütleli parçacık arasındaki çekim kuvvetleri bir etki-tepki ($\mathbf{F}_{21} = -\mathbf{F}_{12}$) oluştururlar (Şekil.03). Birinci parçacığın ikinci parçacığa uyguladığı çekim kuvvetine karşılık ikinci parçacıkta birinci parçacığa aynı doğrultulu zıt yönlü ve eşit büyüklükte bir kuvvet uygular. Örnek olarak yerküre üzerindeki bir cisme yerküre tarafından ne oranda bir çekim kuvveti uygulanıyorsa, cisim tarafından da yerküreye zıt yönlü ve doğrultulu ve büyüklükte çekim kuvveti uygulanır.

Kütle çekimi için, genelde bir cismin tüm kütlelerinin kütle merkezinde olduğu kabul etmek doğru değildir. Ancak, düzgün küresel dağılım gösteren cisimler için, tüm kütlelerinin kütle merkezinde toplandığı kabul edilir. Genelde, kütleli çekim yasası, iki parçacık arasındaki çekim kuvvetidir ve bu kuvvet, diğer parçacıkların varlığından ve bulunduğu uzayın özelliklerinden bağımsızdır.



Şekil 03. Kütleli çekim ve ters kare yasasının vektörel gösterimi

Kuvvet vektörel bir büyüklük olduğundan (10) bağıntısını vektörel olarak yazabiliriz. Şekil.03. de görüldüğü gibi bir birim \mathbf{u} vektörü seçilirse, evrensel kütleli çekim kuvvetinin etki ve tepkileri vektörel olarak,

BÖLÜM 1.4 DİNAMİĞİN TEMELLERİ, SÜRTÜNME KUVVETLERİ, KÜTLE ÇEKİM YASASI

$$\mathbf{F}_{21} = -G \cdot \mathbf{u} \cdot \frac{Mm}{r^2} \quad (11.a)$$

$$\mathbf{F}_{12} = +G \cdot \mathbf{u} \cdot \frac{Mm}{r^2} \quad (11.b)$$

bağıntılarıyla verilir. Yerkürenin M kütleini büyüklüğünü, yerkürenin yarıçapını ($R=6370\text{km.}$) ve G sabitinin değerini bilirsek hesaplayabiliriz. Yerküre üzerindeki m kütleli bir cismin ağırlığı skaler olarak $w=mg$ dir.

M kütleli ve R yarıçaplı yerkürenin üzerindeki cisme uyguladığı çekim kuvveti (10) bağıntısına göre skaler olarak, $F=G \cdot (M \cdot m/R^2)$ dir. Etki ve tepkiye göre,

$$w=F \quad \text{ve} \quad mg=G \cdot \frac{Mm}{R^2}$$

olacağından buradan, SI birim sistemine göre,

$$M = \frac{g}{G} R^2 = \frac{9,8}{6,67 \cdot 10^{-11}} \cdot (6,37 \cdot 10^6)^2 = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

Evrensel kütle çekim kuvveti, büyük hacimli cisimler için, bu cisimlerin sonsuz küçük sayıda parçacıktan oluştuğu kabul edilerek integral yoluyla hesap edilir.

Bu yasa, küresel uzaysal cisimlere uygulanır. Büyük küresel bir kütle ile bir noktasal kütle arasındaki çekim kuvveti matematiksel yolla hesaplanabilir. Burada bir küresel kabuk bir dış noktayı, sanki küresel kabuğun tüm kütleleri kendi merkezinde toplanmış gibi çeker. Yerküre, ay, ve güneş gibi cisimlere küresellikten ayrılmalar hariç, farklı yoğunluklu ve aynı merkezli çok sayıda ince kabuklardan oluşmuş gibi bakılabilir ve bu katı küreler maddesel bir nokta gibi davranırlar. Küresel kabuk ile bu kabuğun içinde bulunan bir nokta da kütleinin çekim kuvveti sıfırdır.

Çekim alanı; Güneş ve yerküre gibi M kütleli bir cismi çevreleyen uzaya *çekim alanı* adı verilir. Bu alanın içinde bulunan kütleli parçacıklara, (10) bağıntısında belirtilen evrensel kütle çekim kuvveti uygular. Bütün uzay bu M kütleinin etkisi altında olduğundan bu kütle ile bir *kuvvet alanının* kurulmuş olduğu kabullenilir.

BÖLÜM 1.4 DİNAMİĞİN TEMELLERİ, SÜRTÜNME KUVVETLERİ, KÜTLE ÇEKİM YASASI

Bu kuvvet alanı, kütlesi m olan ve uzayda bir noktadan diğerine hareket eden bir denem kütlesi üzerine etkiyen kuvvetin değer ve doğrultusu ölçülerek incelenir. Uzayın her noktasında deneme m kütlesi üzerine etkiyen kuvvet vektörünün doğrultusunu veren eğrilere *kuvvet çizgileri* adı verilir.

Her noktadaki kuvvetin doğrultusu bu noktadan geçen kuvvet çizgisine teğettir. Bir tek M kütlesi ele alındığında kuvvet çizgileri, M 'in merkezinden çıkan doğru çizgilerdir. Kuvvet çizgileri kavramı çözümlere kolaylık getirmesi bakımından tamamen bir keyfi seçim şeklindedir.

Kuvvet çizgileri, kütleli kuvvetlerin büyüklüğü hakkında bir bilgi vermez fakat doğrultuları hakkında bilgi verir. Kütleli kuvvetlerin değerleri, çekim alanı şiddeti ile belirtilir. Çekim alanı şiddeti, verilen bir noktadan birim kütle üzerine etkiyen kuvvettir (Elektrik alan, manyetik alan da olduğu gibi).Sadece bir M kütleli alan şiddeti (10) bağıntısına göre,

$$\Gamma = \frac{F}{m} = G \frac{M}{r^2} \quad (12)$$

Kuvvet çizgileri, birbirlerine paralel iseler bunlara düzgün alan şiddeti denir. Böyle bir düzgün alan şiddeti, yerküre yakınındaki sınırlı bir bölgedeki, ağırlık alanıdır ve yerkürenin alan şiddeti, yerçekimi ivmesi olan g 'ye eşittir. Bu durumda m kütleli bir parçacığın ağırlığı mg olduğuna göre, yerküreye yakın bir $x=R +h$ yüksekliğindeki (R yerküre yarıçapı h yerküren maddi noktanın bulunduğu yükseklik) yerkürenin alan şiddeti,

$$g=\Gamma=G \frac{M}{x^2} \quad (13)$$

olur.

I.4.10. SÜRTÜNME KUVVETİ VE YASALARI

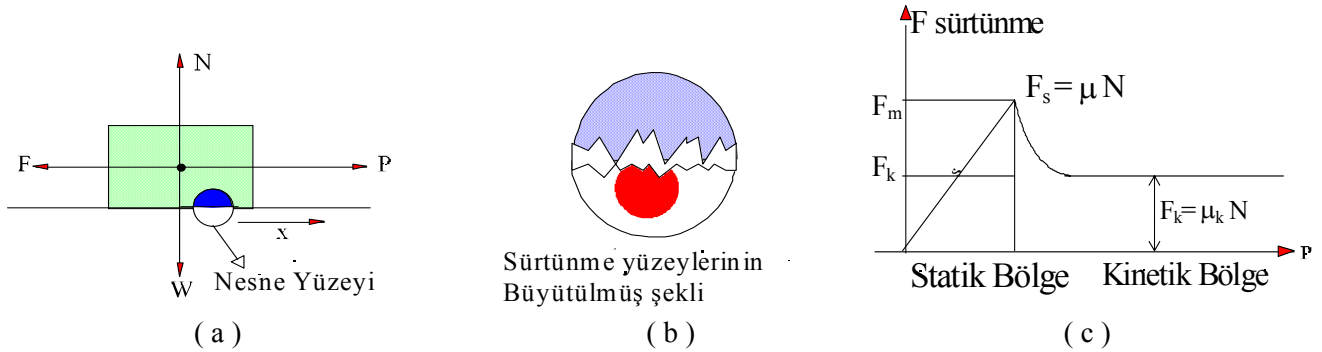
Sürtünme olayı ve sürtünme kuvveti, doğanın temel bir parçası olup bilimsel ve teknolojik araştırmalarda bilinmesi gereken önemli bir konudur. Eğer yerkürede sürtünme etkisi olmasaydı, otoların tekerlekleriyle sağladığı hareketi imkansızdı. Bir çiviye duvara çakamaz, iki boruyu vidalamayla birbirine ekleyemezdik, vb. Bir uçağın havayla, bir geminin suyla, bir otunun havayla oluşturduğu, sürtünme etkisi çoğunlukla istenmez ve bu etkinin en aza

indirilmesi istenir. Bir otunun tekerleği yerküreye arasındaki sürtünme etkisiyle ötelenmesini sağlarken, tekerleğin otoyola bağlı kısmındaki sürtünme etkisi bu ötelenmeyi

BÖLÜM 1.4 DİNAMİĞİN TEMELLERİ, SÜRTÜNME KUVVETLERİ, KÜTLE ÇEKİM YASASI

azaltmaya çalışır. Araştırmacılardan bir kısmı, tekerleğin daha fazla sürtünme etkisinde olmasını araştırırken diğerleri de, tekerleğin bağlandığı noktadaki sürtünme etkisini azaltmaya çalışırlar. Bir baraj gövde tabanındaki sürtünmenin en fazla olması istenir.

Sürtünme hareketi sağlayan kuvvete zıt ve aynı doğrultulu bir kuvvet veya bir hareketin diğerine aktarılmasında gerekli etki olarak tanımlanır. w ağırlığındaki bir blok yatay bir düzlem üzerinde olsun. Bu durumda bloğa etkiyen kuvvetler kendi ağırlığıyla yüzeyin normal doğrultuda olan tepki (N) kuvvetidir. Bu kuvvetlerin yatay bileşenleri yoktur. Şimdi bloğa iki boyutlu dik koordinat sistemine göre, artı x eksenı doğrultusunda bir F kuvveti etkisin, eğer F değeri küçükse blok hareket etmeyecektir. Buna göre, bu kuvvete karşı ve onunla aynı doğrultulu bir kuvvet vardır. Bu kuvvete *sürtünme kuvveti* adı verilir (Şekil04.a).



Şekil 04. Sürtünme kuvveti örneklemeleri ve grafik gösterimi

Bu kuvvetin, blokla yatay düzlemin yüzeyleri arasındaki moleküllere ait çekim kuvvetlerinden doğduğu kabul edilir. İki cismin değme yüzeyleri arasında makroskobik

olarak ne kadar düzgün gözükseler de, yüzeylerin değdiği noktalar arasında mikroskobik olarak gözlenebilen pürüzler vardır. Bu pürüzlülük nedeniyle yüzeylerin birbirine değen alanları, birbirine değmeyen alanlardan çok küçüktür. Cilalanmış iki çelik yüzey arasındaki değen alanların değmeyen alanlara oranı $1/10^4$ dür. Cilalı yüzeylerde bu değme alanlarını oluşturan değme noktaları, cilasız yüzeylere nazaran daha çoktur.

Değme noktaları iki cisim arasında moleküller arası yüzey çekimi nedeniyle sanki soğuk bir kaynak oluştururlar ve bu kaynak noktaları daha fazla olan yüzeyler arasındaki sürtünme kuvveti daha büyük olur. Buna göre cilalanmış cisimler arasındaki sürtünme kuvvetleri daha

BÖLÜM 1.4 DİNAMİĞİN TEMELLERİ, SÜRTÜNME KUVVETLERİ, KÜTLE ÇEKİM YASASI

büyük olacaktır. Şekil 04.a'daki gibi bloğa etkiyen P kuvveti yavaş yavaş artırılırsa, F sürtünme kuvveti bunu karşılamaya devam eder. Ancak bloğun hareket sınırına yaklaştığı anda P kuvvetinin belli bir F_m maksimum değeri için sürtünme kuvveti de, bu kuvvetle aynı büyüklükte, aynı doğrultulu ve zıt yönlü $F = F_m$ olacak şekilde maksimum bir değer alır.

Sürtünme kuvvetinin bu F_m değerine kinetik sürtünme kuvveti adı verilir. P kuvveti bu değerden daha büyük olduğunda anda yani hareket başlar başlamaz, statik sürtünme kuvvetinin değeri F_k değerine düşer (Şekil 04.c). F_k kinetik sürtünme kuvveti hareketin başlamasından sonra düşük hızlar için sabit kalır.

Yapılan basit deneyler, statik ve kinetik sürtünme kuvvetlerinin

$$F_m = \mu_s N \quad (14)$$

$$F_k = \mu_k N \quad (15)$$

olduğunu göstermiştir.

Burada μ_s statik ve μ_k kinetik sürtünme katsayısıdır. Bu katsayılarla ilişkin özellikler,

- 1- sürtünme katsayısı N normal kuvvetten bağımsız olmakla beraber onunla orantılıdır.
- 2- sürtünme katsayısı cismin yüzey alanına bağlı değildir.
- 3- statik sürtünme katsayısı kinetik sürtünme katsayısından büyüktür.
- 4- düşük hızlarda sürtünme hızdan bağımsız fakat yüksek hızlarda bağımlıdır.
- 5- statik sürtünme kuvveti hiç bir zaman dengede olan sistemi dengede tutan kuvvetten büyük değildir.

Sürtünme kuvvetiyle ilgili bilgileri özetlersek;

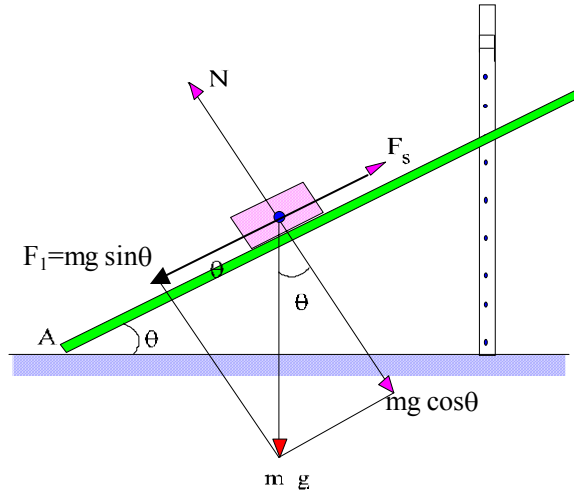
- 1 -İki cisim arasındaki sürtünme kuvveti, bir cismin diğeri üzerinden kayarken bu kaymaya karşı koyan ve hareketi sağlayan kuvvete karşı bir kuvvettir.
- 2- Statik sürtünme kuvvetinin en büyük değeri, hareket eden cismin durdurulduğu andadır.
- 3- İki cisim arasında, ötelenen cismin hareketinde başlayan ve hareketinin başlamasını sağlayan kuvvete ters yönlü bir kuvvettir.

I.4.10a. EĞİK DÜZLEM KULLANARAK STATİK SÜRTÜNME KATSAYISININ ÖLÇÜLMESİ

Şekil 05'te ki gibi bir AB eğik düzleminin yatayla yaptığı θ açısı büyüklüğü C noktasının yeri değiştirilerek ayarlanabilir. Eğik düzlem üzerinde $w = mg$ ağırlığında bir cisim dengede bulunsun. w ağırlığı F ve N gibi iki bileşene ayrılabilir. F kuvveti, cisimi eğik düzlem üzerinde aşağı doğru hareket ettirmeye çalışan ve cismin w ağırlığının bileşenidir ve F kuvveti ve cismin normal N değerleri, ağırlık bileşenleri cinsinden,

$$F = m \cdot g \cdot \sin\theta \quad \text{ve} \quad N = m \cdot g \cdot \cos\theta$$

olur.



Şekil 05. Eğik düzlem ve statik sürtünme katsayısının ölçülmesi.

θ açısı yeterince büyük bir değer aldığı anda, cismin dengede olma durumu bozulmaya başlar ve ufak bir dokunuşla cisim harekete başlamaya hazır hale gelir. Hareketin tam başlama anında, harekete karşı koyan sürtünme kuvveti F_s ve cisimle eğik düzlem arasındaki statik sürtünme katsayısı μ_s ise,

$$F = F_s \quad F_s = N\mu_s \quad \text{ve} \quad \mu_s = \frac{F_s}{N}$$

$$\mu_s = \frac{F_s}{N} = \frac{F}{N} = \frac{mg \sin \theta}{mg \cos \theta} \quad \mu_s = \tan \theta \quad (16)$$

bulunur. Son bağıntıdan görüldüğü gibi statik sürtünme katsayısı, eğik düzlemdeki hareketin tam başlayacağı andaki, eğik düzlemin yatayla yaptığı θ açısının \tan 'ına eşittir.

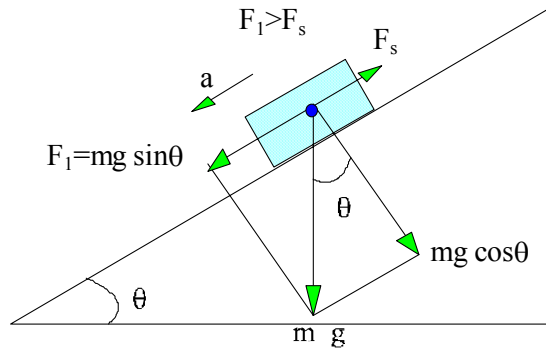
Bu şartlardaki cisim harekete başladıktan sonra artan düzgün değişen bir hareket daha açık olarak sabit ivmeli bir hareket yapar. Böyle bir düzenekte cismin sabit hızla kayma açısını θ_k bulursak aynı düşünceyle kinetik sürtünme katsayısını (μ_k) bulabiliriz ve $v = \text{sabit}$ için

$$\mu_k = \tan \theta_k \quad (16^1)$$

olur.

I.4.11. SÜRTÜNMELİ EĞİK DÜZLEMDE HAREKET

Şekil 06 'da ki gibi yatayla θ açısı yapan ve eğik düzlemle arasındaki kinetik sürtünme katsayısı μ_k olan bir cisim, aşağı doğru düzgün değişen doğrusal hareketle ivmeli olarak hareket etsin, bu hareketi sağlayan net kuvvet Newton'un ikinci hareket yasasına göre $\Sigma F = ma$ olacaktır. Cismin mg ağırlığı birisi $F_1 = mg \sin \theta$ ve diğeri $N = mg \cos \theta$ olmak üzere iki bileşene ayrılabilir. Burada hareketi sağlayan kuvvet, ağırlığın yatay düzleme paralel olan $F = mg \sin \theta$ bileşenidir. $N = mg \cos \theta$ bileşeni F_s sürtünme kuvvetinin bulunmasında kullanılır.



Şekil 06. Sürtünlü eğik düzlemde hareket

Buna göre,

$$\Sigma F = ma = F_1 - F_s \quad F_1 = mg \cdot \sin \theta \quad \text{ve} \quad F_s = \mu_k \cdot N = \mu_k mg \cdot \cos \theta$$

olduğuna göre,

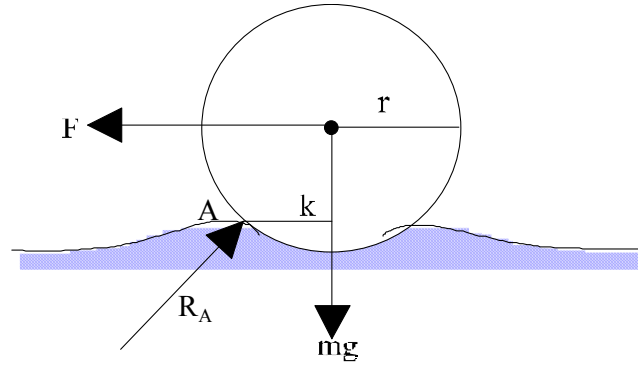
$$ma = mg \sin \theta - \mu_k mg \cos \theta \quad \text{ve buradan hareketin ivmesi için,}$$

$$a = g(\sin \theta - \mu_k \cos \theta) \quad (17)$$

bulunur. (17) bağıntısından yararlanılarak eğik düzlem üzerindeki cismin konumunu ve hızını düzgün değişen doğrusal hareket bağıntılarından hesaplayabiliriz.

I.4.12. YUVARLANMA SÜRTÜNMESİ

Biri diğeri üzerinde yuvarlanan iki cisim arasındaki sürtünme kuvveti, iki cismin birbiri üzerindeki kayma sonucu oluşan sürtünme kuvvetinden çok daha küçüktür. Bu nedenle sürtünme kuvvetini azaltmak için kayma yerine yuvarlanma kullanılır. Bir tekerleğin yol üzerinde yuvarlanması da bir kuvvet uygulanması sonunda olur ve yuvarlanma sürtünme kuvvetini yenebilmek için tekerleğe kuvvet etkimesi gerekir. Hiç bir yüzey tamamen katsal olmadığından yuvarlanan tekerlek yolda hafifi bir çökme oluşturur ve tekerlek hareket ettikçe bu çukurların tümseklerini aşmaya çalışır (Şekil 07.)



Şekil 07. Yuvarlanma sürtünmesi

Kütlesi m ve yarıçapı r olan bir tekerleğe bir F kuvveti etkisin bu durumda bu kuvvete eşdeğer aynı doğrultulu ve zıt yönlü $F_s = F$ sürtünme kuvveti oluşur. Kürenin $\tau = Fr$ momenti etkisiyle bir α açısal ivmesiyle yuvarlanması beklenir oysa F nin belli bir minimum değeri aşmadıkça yuvarlanma başlamaz. Bunun nedeni tekerleğin yuvarlandığı yüzeyin hafifte olsa

çukurlaşmasıdır Şekil 07. Tekerleğin ağırlığı mg , yarıçapı r ve tekerleği A noktasından tam olarak aşım için yani sürtünme kuvvetini yenebilmek için gerekli yatay kuvvet F olsun Şekil 07. Bu durumda doğal olarak tekerlek yuvarlanır. Bu durumda A noktasına göre tork,

$$\Sigma \tau = Fr = mg k$$

dır.

Yuvarlanma olabilmesi için, Yüzey reaksiyon kuvveti R_A nın yatay bileşeni F 'e eşit olacaktır. Böylece son bağıntıdan tekerin yuvarlanmasını oluşturan kuvvet.

$$F = k \frac{mg}{r} \quad (18)$$

bağıntıdaki k yuvarlanma direnç katsayısıdır ve SI sisteminde birimi metre (m) dir.

Sert yüzeyler için çukurlaşma miktarı küçük olacağından k değeri çok küçük olacaktır. Yuvarlanma direnç katsayısı k yüzeyin cinsine göre 0,003 m ile 0,002 m arasında değişir. Yuvarlanma direnç katsayısı değeri kayma sürtünmesi değerinden çok küçüktür.

I.4.13. ÖRNEK PROBLEMLER

1) Kütlesi 1 ton olan bir asansör 147 m. derinliğindeki bir kuyunun dibinde bulunmaktadır. Bu asansörün devamlı olarak kuyunun ağzına çıkarmak için t_1 s. lik zaman içinde 10290 N.luk bir kuvvet ve t_2 s. lik zaman içinde 8820 N. luk bir kuvvet uygulanmalıdır.

- a- Asansörün kuyunun dibinden kuyunun ağzına kadar yapmış olduğu bu çıkış hareketinin her iki haline ait hareket bağıntılarını yazınız.
- b- Asansör kuyunun ağzına sıfır hızla ulaşması için, t_1 ile t_2 arasında bulunması gereken bağıntıyı, t_1 ve t_2 zamanlarını ve toplam zamanı bulunuz. $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ alınız.

Çözüm; a- hareketin birinci halinde asansörü hareket ettiren net kuvvet

$$F = 10290 - 9800 = 490 \text{ N.} \quad \text{ve hareketin ivmesi}$$

$$a_1 = \frac{F}{m} = \frac{490}{1000} = 0,49 \text{ m/s}^2 \quad \text{ve hareket denklemi,}$$

$$h_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = \frac{1}{2} 0,49 \cdot t_1^2 = 0,245 \cdot t_1^2 \quad v_1 = a_1 t_1 = 0,49 \cdot t_1$$

dir. Hareketin ikinci hali için ivme

BÖLÜM 1.4 DİNAMİĞİN TEMELLERİ, SÜRTÜNME KUVVETLERİ, KÜTLE ÇEKİM YASASI

$$a_2 = \frac{9800 - 8820}{1000} = \frac{980}{1000} = 0,98 \text{ m/s}^2$$

ve hareket bağıntısı,

$$h_2 = v_0 t_2 - \frac{1}{2} 0,98 t_2^2 = v_0 t_2 - 0,49 t_2^2 \quad v_2 = v_0 - 0,98 t_2$$

olur. Burada, $v_0 = v_1 = a_1 t_1$ dir.

b- Asansörün kuyunun ağzına sıfır hıza eşit hızla ulaşması halinde,

$$v_2 = a_1 t_1 - a_2 t_2 = 0 \quad \text{olur ve buradan} \quad \frac{t_1}{t_2} = \frac{a_2}{a_1} = 2 \text{ bulunur.}$$

Hareketin ikinci halinde alınan maksimum yol, ($v^2 = v_0^2 - 2ax$ 'den),

$$h_2 = \frac{v_0^2}{2a_2} = \frac{(a_1 t_1)^2}{2a_2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = \frac{1}{2} h_1$$

olur. Böylece,

$$h = h_2 + h_1 = \frac{1}{2} h_1 + h_1 = 147 \text{ m.}, \text{ buradan } h_1 = 98 \text{ m ve } h_2 = 49 \text{ m}$$

bulunur.

Bulunan bu değerler hareketin birinci kısmına iletilirse,

$$98 = \frac{1}{2} 0,49 t_1^2 \quad t_1 = 20 \text{ s ve } t_2 = \frac{1}{2} t_1 = 10 \text{ s}$$

ve $t = t_1 + t_2 = 20 + 10 = 30 \text{ s}$.bulunur.

2) 10 N. luk bir kuvvet bir cismin üzerine 10 s devamlı olarak etkiyor ve cismin 10 m yol almasına neden oluyor. Cismin kütesini bulunuz.

Cevap; ilk hızsız düzgün değişen doğrusal hareketteki ötelenme bağıntısı $x = 1/2 at^2$ den,

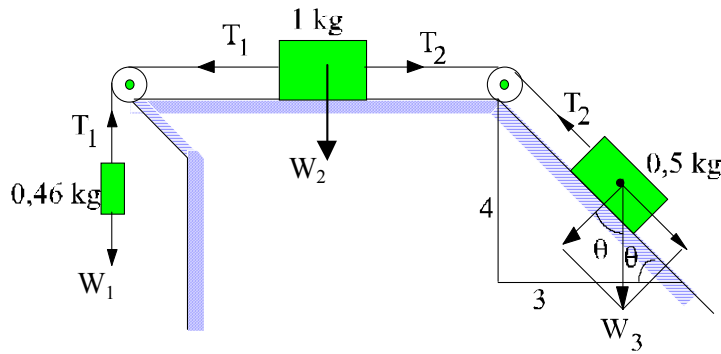
BÖLÜM 1.4 DİNAMİĞİN TEMELLERİ, SÜRTÜNME KUVVETLERİ, KÜTLE ÇEKİM YASASI

$$a = \frac{2x}{t^2} = 2 \frac{10}{10^2} = 0,2 \text{ m/s}^2$$

ve dinamiğin temel bağıntısından,

$$m = \frac{F}{a} = \frac{10}{0,2} = 50 \text{ kg}$$

3) Şekil 08 'deki sistemde sürtünme olmadığına göre, kütlelerin ivmesini ve sicimlerdeki gerilmeleri hesaplayınız.



Şekil.08 Örnek problem 03

Cevap; $g=9,8 \text{ m/s}^2$ alınırsa kütleleri belli olan cisimlerin ağırlıkları, $w_1=9,8 \cdot 0,46=4,51 \text{ N}$, $w_2=9,8 \cdot 1=9,8 \text{ N}$ ve $w_3=9,8 \cdot 0,5=4,9 \text{ N}$. dur. Sistem w_1 ve $F_1=w_3 \cdot \sin\theta$ kuvvetlerinin etkisiyle

hareket edecektir. $w_1=4,51 \text{ N}$ ve $F_1=4,9 \cdot 4/5 = 3,92 \text{ N}$ ve bu kuvvetler aynı doğrultulu, zıt yönlü ve $w_1 > F_1$ olduğundan hareket sola doğru olacak ve hareket ettiren net kuvvet

$$F = w_1 - F_1 = 4,51 - 3,92 = 0,59 \text{ N. dır. Buradan,,}$$

$$a = \frac{F}{\sum m} = \frac{0,59}{0,46 + 0,5 + 1} = 0,3 \text{ m/s}^2$$

olur.

Hareket sol tarafa doğru olduğundan A cismi için dinamiğin temel ilkesine göre,

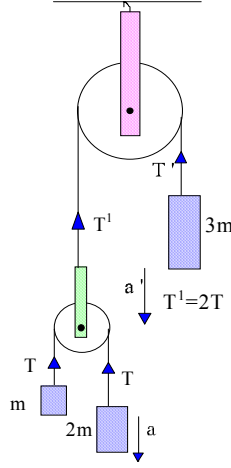
$$w_1 - T_1 = m_1 a, \quad 4,51 - T_1 = 0,46 \cdot 0,3 \quad \text{ve} \quad T_1 = 4,37 \text{ kg}$$

BÖLÜM 1.4 DİNAMİĞİN TEMELLERİ, SÜRTÜNME KUVVETLERİ, KÜTLE ÇEKİM YASASI

ve $T_2 - F_1 = m_3 a$ $T_2 - 4,9 \cdot \frac{4}{5} = 0,5 \cdot 0,3$ ve $T_2 = 4,07 \text{ kg}$

buradan, $T_1 - T_2 = 4,37 - 4,07 = 0,3 \text{ N}$.

4) Şekildeki ağırlıkları önemsenmeyen ve sürtünmesiz makara sistemindeki 3 m kütlesine ait a' ivmesinin $g/17$ 'ye eşit olduğunu gösteriniz.



Şekil 09 Örnek problem 04

Cevap: Şekilde gösterildiği gibi iplerdeki gerilim kuvvetleri T ve $2T$ olacaktır. Hareketin referans sistemi olarak A noktası alınırsa,

$$2m \text{ kütlesinin hareketi için} \quad 2mg - T = (a - a')2m$$

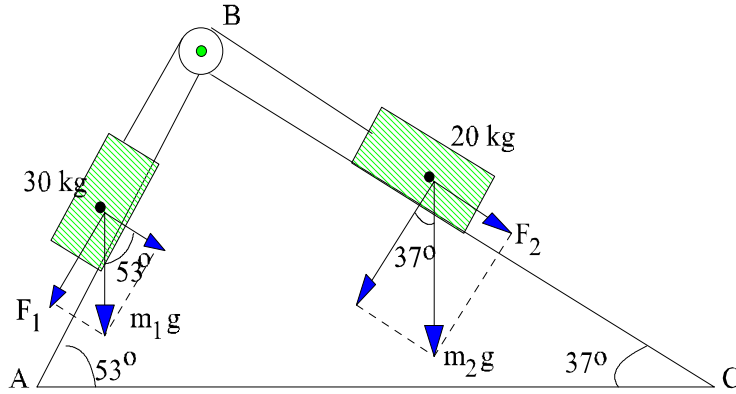
$$m \text{ kütlesinin hareketi için} \quad T - mg = m \cdot (a + a')$$

ve $3m$ kütlesinin hareketi için $3mg - 2 \cdot T = 3ma'$
olur.

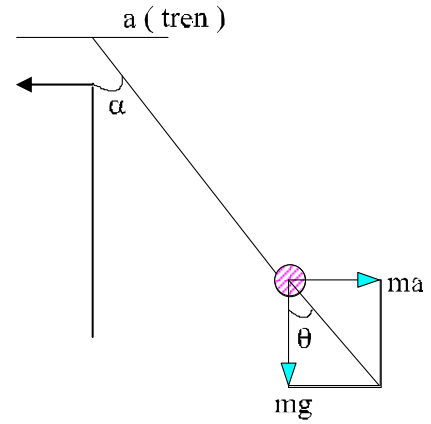
Bu üç eşitlikten $3m$ kütlesinin ivmesi için, $a' = g/17$ bulunur.

BÖLÜM 1.4 DİNAMİĞİN TEMELLERİ, SÜRTÜNME KUVVETLERİ, KÜTLE ÇEKİM YASASI

5) Şekil 10'deki sürtünmesiz sistemin hareket yönünü ve ivmesini bulunuz. $g = 10 \text{ m/s}^2$ alınız.



Şekil 10 Örnek problem 05



Şekil 11 Örnek problem 06

Cevap; w_1 ağırlığının yatay düzlemdeki bileşeni F_1 ve w_2 ağırlığının yatay düzlemdeki bileşeni F_2 ,

$$F_1 = m_1 g \sin 53^\circ = 30 \cdot 10 \cdot \sin 53^\circ = 300 \cdot 0,8 = 240 \text{ N}$$

$$F_2 = m_2 g \sin 37^\circ = 20 \cdot 10 \cdot \sin 37^\circ = 200 \cdot 0,6 = 120 \text{ N}$$

buradan $F_1 > F_2$ olduğundan hareket BA veya CB boyunca olacaktır. Hareketin ivmesi,

$$a = \frac{F_1 - F_2}{m_1 + m_2} = \frac{240 - 120}{30 + 20} = 2,4 \text{ m/s}^2$$

6) 2 m/s^2 'lik ivmeyle hareket eden bir trenin tavanına bağlı bir sarkaç düşeyle kaç derecelik açı yapar (Şekil 11). $g = 10 \text{ m/s}^2$ alınız.

Cevap; Tren sol tarafa doğru 2 m/s^2 lik ivmeyle hareket etsin, sarkaç durumunu koruyabilmek için geri kalacak ve düşeyle θ açısı yapacaktır. Bu halde treni duruyor kabul edip sarkacın, trenin ivmesine eşit bir ivmeyle, ters yönde hareket ettiğini varsayarsak şekilden,

$$\tan \theta = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g} = \frac{2}{10} = 0,2 \quad \text{ve} \quad \theta = 11^\circ,31'$$

bulunur.

BÖLÜM 1.4 DİNAMİĞİN TEMELLERİ, SÜRTÜNME KUVVETLERİ, KÜTLE ÇEKİM YASASI

7) Bir oto doğru ve yatay bir yol üzerinde 108 km/saat hızla hareket etmektedir. Lastiklerle yol arasındaki sürtünme katsayısı 0,6 olduğuna göre otonun duracağı en küçük uzaklığı hesaplayınız.

Cevap; Otoyaya etki eden kuvvetler otonun w ağırlığı, yolun otoyaya uyguladığı N tepki kuvveti ve F_s sürtünme kuvvetidir. Sürtünme kuvveti sabit olarak kabul edilirse, oto düzgün yavaşlayan bir hareketle yavaşlayarak duracağından alınan yol, $v^2 = v_0^2 - 2ax = 0$ 'dan

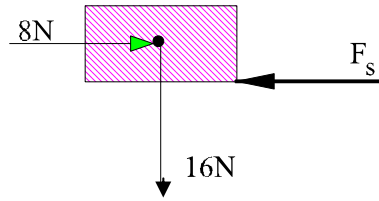
$$x = \frac{v_0^2}{2a}$$

olur. 108 km/saat=108.1000/3600=30 m/s dir. Dinamiğin temel bağıntısına göre

$$a = \frac{F_s}{m} = \frac{\mu \cdot w}{m} = \frac{\mu \cdot m \cdot g}{m} = \mu \cdot g \text{ olacağından,}$$

$$x = \frac{v_0^2}{2\mu g} = \frac{(30)^2}{2 \cdot 0,6 \cdot 9,8} \approx 76 \text{ m}$$

8) 16 N. luk bir cisim yatay bir düzlem üzerinde durmaktadır. **a-** Cisimle düzlem arasındaki kinetik sürtünme katsayısı 0,20 ve statik sürtünme katsayısı 0,30 dur. **a-** cisme yatay olarak 8N. luk bir kuvvet uygulanınca bileşke kuvvetin değeri ne olur?, **b-** 4,8 N luk kuvvet cisme 4s. uygulandıktan sonra kaldırılırsa, cismin duruncaya kadar gittiği yolu hesaplayınız (Şekil12).



Şekil 12 Örnek problem 08

Çözüm; **a-** Cisme etkiyen kuvvetler nedeniyle cismi, artı x eksenini boyunca hareket ettiren net kuvvet,

$$F = F_1 - F_s \quad \text{dir. } F_s = \mu_k \cdot N = 0,20 \cdot 16 = 3,2 \text{ N ve } F_1 = 8 \text{ N}$$

olduğundan,

BÖLÜM 1.4 DİNAMİĞİN TEMELLERİ, SÜRTÜNME KUVVETLERİ, KÜTLE ÇEKİM YASASI

$$F=8 - 3,2=4,8 \text{ N}$$

b- $F=4,8 \text{ N}$ olduğunda dinamiğin temel yasasına göre,

$$F=m \cdot a, \quad a=\frac{F}{m} \text{ ve} \quad m=\frac{W}{g}=\frac{16}{9,8}=1,63 \text{ kg}$$

buradan,

$$a_1=\frac{4,8}{1,63}=2,94 \text{ m/s}^2$$

dir. Bu ivme ile 4 sn.de alınan yol,

$$x=\frac{1}{2}at_1^2=\frac{1}{2}2,94 \cdot 4^2=23,52 \text{ m}$$

ve hızı,

$$v=a_1 t_1=2,94 \cdot 4=11,76 \text{ m/s}$$

Cisme etkiyen 8 N.luk kuvvet kalkınca cisim $v_0=11,76 \text{ m/s}$ ilk hızla ve $F_s=3,2 \text{ N}$. sürtünme kuvvetiyle ilk önce yavaşlar ve bir süre sonra durur. Buna göre yavaşlamanın ivmesi,

$$ma_2=F_s \quad a_2=\frac{3,2}{1,63}=1,96 \text{ m/s}^2 \quad \text{dir.}$$

Bu ivme ile duruncaya kadar alınan yol,

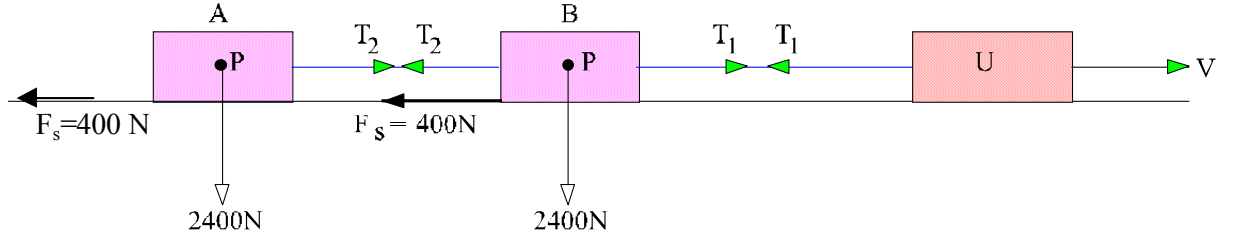
$$x_2=\frac{v_0^2}{2a}=\frac{(11,76)^2}{2 \cdot 1,96}=35,28 \text{ m.} \quad \text{ve alınan toplam yol,}$$

$$x=x_1+x_2=23,52+35,28=58,8 \text{ m.} \quad \text{dir.}$$

9) Planör havalandırma işinde kullanılan bir uçağın arkasına yatay bir pistte iki planör bağlanmıştır ve uçak bunlarla uçuşa çıkıyor. Planörlerin her biri 2400 N ve her birine etkiyen sürtünme kuvveti sabit ve 400 N dur. Uçakla ilk planör arasındaki bağlanma halatının gerilimi 2000 N geçmemelidir. **a-** Havalanmak için 100 m/s .lik hız gerekli ise,

BÖLÜM 1.4 DİNAMİĞİN TEMELLERİ, SÜRTÜNME KUVVETLERİ, KÜTLE ÇEKİM YASASI

havalanıncaya kadar pistte ne kadar yol alınır? **b**-uçak havalanacağı sırada iki planör arasındaki halatın gerilimini bulunuz (Şekil 13).



Şekil 13 Örnek problem 09

Çözüm; **a**- planörlerin her ikisinin ağırlığı eşit, onlara etkiyen sürtünme kuvvetleri eşit ve aralarındaki halata etkiyen kuvvetler (T_2) etki ve tepkiye göre eşittir. B planörü ve uçak arasındaki halattaki gerilim kuvvetleri de (T_1) etki ve tepkiye göre eşit olacaktır. B ve A planörü için Newton'un ikinci hareket yasasını uygularsak,

$$\text{B planörü,} \quad T_1 - T_2 - F_s = ma$$

$$\text{A planörü,} \quad T_2 - F_s = ma$$

$$\text{ve} \quad m = \frac{w}{g} = \frac{2400}{9,8} = 244,9 \text{ kg olduğundan,}$$

$$T_1 - T_2 - 400 = 244,9 \cdot a \quad (1)$$

$$T_2 - 400 = 244,9 \cdot a \quad (2)$$

dır: Bu iki denklem taraf tarafa toplanırsa ($T_1 = 2000 \text{ N}$),

$$a = \frac{1200}{489,8} = 2,45 \text{ m/s}^2 \quad \text{bulunur:}$$

uçanın havalanıncaya kadar aldığı yol,

$$x = \frac{v^2}{2a} = \frac{(100)^2}{2 \cdot 2,45} = 2040,8 \text{ m} \quad \text{olur.}$$

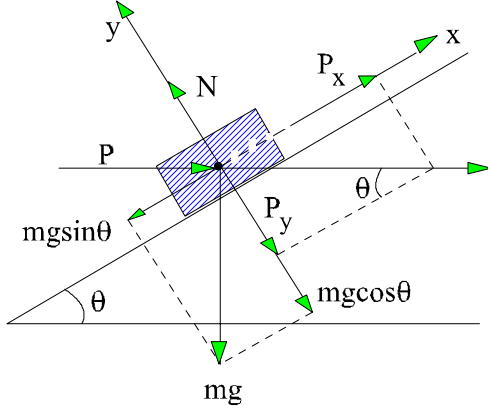
b- (2) denkleminde değerler yerine konursa T_2 ,

$$T_2 = 244,9 \cdot a + 400 = 244,9 \cdot 2,45 + 400 = 1000 \text{ N. bulunur.}$$

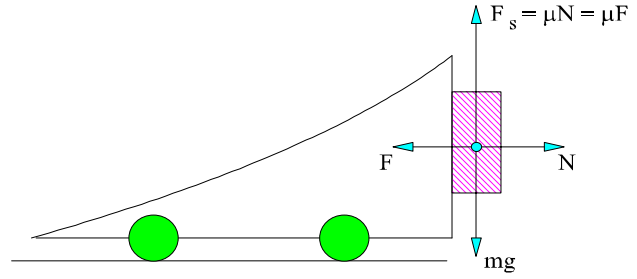
BÖLÜM 1.4 DİNAMİĞİN TEMELLERİ, SÜRTÜNME KUVVETLERİ, KÜTLE ÇEKİM YASASI

10) 64 N luk bir cisim 100 N luk yatay bir kuvvetle eğim açısı 37° olan eğik bir düzlem üzerinde yukarı yönlü itiliyor ve kayma sürtünmesi 0,25 tir. **a-** düzlemin uyguladığı normal kuvveti, **b-** cismin ivmesini, **c-** cismin 20 m yol aldıktan sonraki hızını bulunuz (Şekil 14).

Çözüm; Şekilde görüldüğü gibi dik bir koordinat sistemi seçelim ve yönler geleneksel olsun. Cisme etkiyen kuvvetler şekil üzerinde gösterilmiştir. Böylece,



Şekil 14 Örnek problem 10



Şekil 15 Örnek problem 11

a- Düzlemin uyguladığı normal kuvvet,

$$N = w_y + P_y = w \cos 37^\circ + P \sin 37^\circ = 64 \cdot 0,8 + 100 \cdot 0,6 = 111,2 \text{ N}$$

b- Cisim hareket ettiğine göre, Newton'un ikinci yasasına göre,

$$F = P_x - w_x - F_s = ma = \frac{w}{g} a \quad (1)$$

$$w_x = w \cdot \sin 37^\circ = 64 \cdot 0,6 = 38,4 \text{ N.}$$

$$P_x = P \cdot \cos 37^\circ = 100 \cdot 0,8 = 80 \text{ N.}$$

$$F_s = \mu \cdot N = \mu \cdot (w_y + P_y) = 0,25 \cdot (w \cdot \cos 37^\circ + P \cdot \sin 37^\circ)$$

$$F_s = 0,25 \cdot 111,2 = 27,8 \text{ N.}$$

Bu değerler (1) denklemine iletilirse,

$$80 - 38,4 - 27,8 = \frac{64}{9,8} \cdot a$$

ve

$$a = \frac{13,8}{6,4} = 2,1 \text{ m/s}^2$$

bulunur.

c- Cisim 20 m. yol aldıktan sonra hızı,

BÖLÜM 1.4 DİNAMİĞİN TEMELLERİ, SÜRTÜNME KUVVETLERİ, KÜTLE ÇEKİM YASASI

$$v = \sqrt{2ax} = \sqrt{2 \cdot 2,1 \cdot 20} = 9,17 \text{ m/s}$$

11) Şekil 15'deki arabaya dayalı cismin yere düşmemesi için,araba hangi ivme ile hareket etmelidir?. Arabayla cisim arasındaki sürtünme katsayısı μ 'dür.

Çözüm ; $F_s = mg$ ve aynı zamanda $F_s = \mu N = \mu ma$ $F = N$ ve $N = ma$ dır. Bu bağıntılardan,

$$\mu \cdot m \cdot a = m \cdot g, \quad a = \frac{g}{\mu} \quad \text{bulunur.}$$

12) Yatayla 37° lik açı yapan bir eğik düzlemde önde kütlesi 5 kg olan ve düzlemle arasındaki sürtünme katsayısı 0,15 olan bir blok ve onunla arkasına bir iple bağlanmış bloğun kütlesi 8 kg ve düzlemle arasındaki sürtünme katsayısı 0,25 dir. İp gergindir ve eğik düzlemde bloklar aşağıya doğru kaymaktadır. **a-** blokların ivmesini, **b-** 5 kg lık bloğun önde gittiğini varsayarak ipteki gerilmeydi. **c-** 8 kg lık blok önde olursa ne olacaktır ?

Çözüm;

$$\text{Birinci bloğun ağırlığı } 5 \cdot 9,8 = 49 \text{ N,}$$

$$\text{İkinci bloğun ağırlığı } 8 \cdot 9,8 = 78,4 \text{ N}$$

ve

$$\text{Birinci bloğa etkiyen harekete zıt yönlü sürtünme kuvveti } 49 \cdot 0,15 \cos 37 = 5,9 \text{ N}$$

$$\text{İkinci bloğa etkiyen harekete zıt yönlü sürtünme kuvveti } 78,4 \cdot 0,25 \cos 37 = 15,7 \text{ N}$$

ve

$$\text{Birinci bloğu hareket ettiren kuvvet bileşeni } 49 \cdot \sin 37 = 29 \text{ N,}$$

$$\text{ikinciye hareket ettiren kuvvet bileşeni } 78,4 \cdot \sin 37 = 47,0 \text{ N dur.}$$

İplerdeki gerilmeler T ise; hareket denklemleri,

BÖLÜM 1.4 DİNAMİĞİN TEMELLERİ, SÜRTÜNME KUVVETLERİ, KÜTLE ÇEKİM YASASI

a) Birinci blok için ; $29 - T - 5,9 = 5 \cdot a$

İkinci blok için ; $47,0 + T - 15,7 = 8 \cdot a$

İki denklem arasında T yok edilirse ivme için

$$a = 4,2 \text{ m/s}^2 \quad \text{elde edilir.}$$

b) İkinci bloğa ait denklemde ivme değeri yerine konursa $T = 2,3 \text{ N}$.

I.4.14. PROBLEMLER.

1) Kütleli 5 kg. olan bir cisim 50 N luk yatay bir kuvvetin etkisiyle, aralarındaki sürtünme katsayısı $\mu = 0,30$ olan bir eğik düzlem üzerinde yukarı doğru hareket ediyor. **a-** cismin ivmesini, **b-** ilk hızı 4m/s ise düzlem boyunca ne kadar yol alacağını hesaplayınız.

Cevap; **a-** 2,1 m/s² **b-** 3,8 m.

2) 110 gr.'lık bir hokey topu buz üzerinde 15 m. kayarak duruyor. **a-** ilk hız 6 m/s. ise topla buz arasındaki sürtünme kuvvetinin hesaplayınız, **b-** kinetik sürtünme katsayısının değerini bulunuz.

Cevap; **a-** 0,13 N. **b-** 0,12.

3) Şekil 16'daki iki cisim bir sicimle bağlıdır. 8 N luk cisim eğik düzlemle arasındaki sürtünme katsayısı 0,25 ve 16 N 'luk cisiminki de 0,50 dir. **a-** cisimlerin ivmelerini, **b-** sicimin gerilimini hesaplayınız.

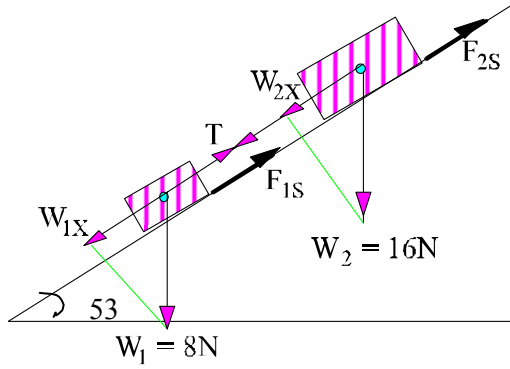
Cevap; **a-** 6,44 m/s², **b-** 0,668 N.

4) Şekil 17'deki sistemde, **a-** hareketin yönünü ve ivmesini, **b-** sicimlerdeki gerilme kuvvetini bulunuz.

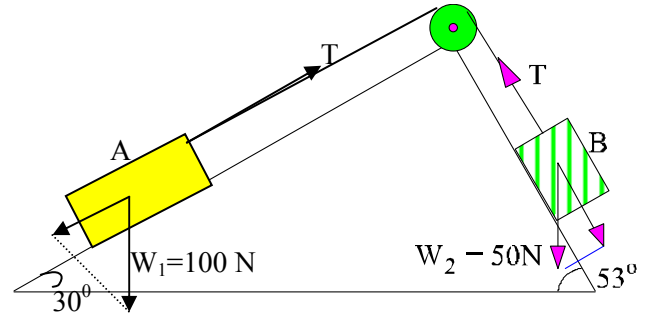
BÖLÜM 1.4 DİNAMİĞİN TEMELLERİ, SÜRTÜNME KUVVETLERİ, KÜTLE ÇEKİM YASASI

Cevap; a- A cismi aşağı doğru, $a = 0,65 \text{ m/s}^2$

b- 43,37 N.



Şekil 16. Problem 03.

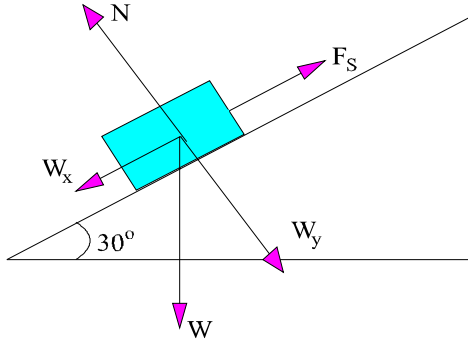


Şekil 17. Problem 04.

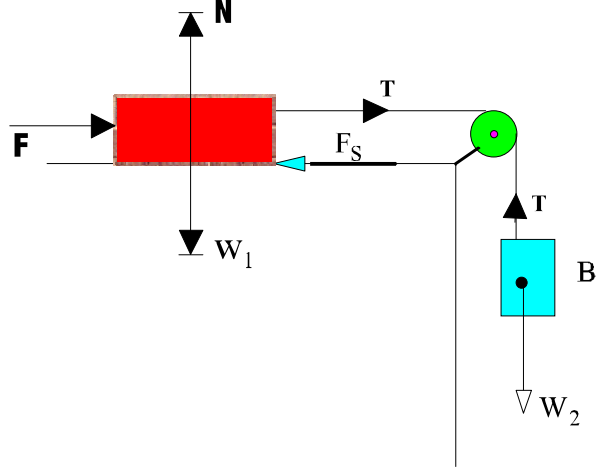
5) Şekil 18'deki eğik düzlem üzerindeki 2 kg lık cisim 22 m/s hızla yukarı doğru fırlatılıyor. Düzlemle cisim arasındaki sürtünme katsayısı 0,3 'tür. **a-** harekette cisme etkiyen sürtünme kuvvetini, **b-**cismin düzlem üzerindeki hareketinin süresini, **c-** cismin aldığı yolu, **d-** cismin ilk hareket noktasına dönmesi için geçen zamanı, **e-** atılma noktasına döndüğündeki hızını ve **f-** cismin kütlesi 2 kg yerine 5 kg. olsaydı soruların cevapları değişir miydi ?

BÖLÜM 1.4 DİNAMİĞİN TEMELLERİ, SÜRTÜNME KUVVETLERİ, KÜTLE ÇEKİM YASASI

Cevap; a- 5,09 N. *b-* 2,95 s, *c-* 32,57 m., *d-* 5,25 s, *e-* 12,37 m/s, *f-* $F_s = \mu mg \cos 30^\circ$ olduğundan yalnızca μ şıkkı değişir. Diğer şıklarında istenen, ivmeye bağlıdır ve ivme de kütleden bağımsız olduğundan sonuçlar değişmez



Şekil 18 Örnek problem 05



Şekil 19 Örnek problem 06.

6) Şekil 19'daki yatay düzlemde kendi başına duran 16 N 'luk cismin sağa doğru 4 m/s^2 lik ivme ile hareket etmesi için, **a-** sabit ve yatay kuvvetin değerini, **b-** A cismi sonradan şekildeki gibi bir makaradan geçen sicimle diğer bir ağırlığa bağlanırsa aynı ivmeyi sağlayabilmesi için bu ağırlığın değerini hesaplayınız.

Cevap ;a- $F = F_s = 6,53 \text{ N}$. ve **b-** 24,55 N.

7) 8 N 'luk bir cisim kopma dayanıklılığı 20 N. olan bir sicimle yukarı doğru çekilmektedir. Sicim kopmadan cisme sağlanacak en büyük ivmeyi bulunuz.

Cevap ; $a = 14,7 \text{ m/s}^2$

8) 3200 N 'luk bir asansör 4 m/s^2 lik bir ivmeyle yükselirken askı halatındaki gerilimi hesaplayınız.

Cevap; 4506 N.

9) Uçakları, gemiden kısa bir pist üzerinde uçurmak için kullanılan bir sistem (elektropult) ile, toplam kütlesi 9000 kg olan bir uçağa 30 m. boyunca bir pist üzerinde 180 km/saat 'lık bir hız vermek için gerekli itme veya çekme kuvvetini bulunuz.

BÖLÜM 1.4 DİNAMİĞİN TEMELLERİ, SÜRTÜNME KUVVETLERİ, KÜTLE ÇEKİM YASASI

Cevap; 375 000 N.

10) Ağırlığı 5000 N olan bir asansör, durgun halden sabit ivmeyle harekete geçiyor: 1,8 m. yükseldikten sonra hızının 1,5 m/s olması için, asansörü yukarıya çeken kuvveti hesaplayınız.

Cevap ; $a=0,625 \text{ m/s}^2$, $T=5320 \text{ N}$.

11) Sabit bir v_0 hızıyla hareket eden bir vagonun tavanına, diğer uçunda ağırlık bulunan ve 80 cm. uzunluğunda bir sicim asılmıştır. Vagon fren yapınca ağırlığın düşey doğrultudan ileri doğru ayrıldığı ve asılma noktasından 80 cm. aşağıda bulunan yatay bir cetvel üzerinde düşey durumdan 6cm. uzaklaştığı görülüyor. Buna göre, **a-** fren yapınca vagonun yavaşlama ivmesini, **b-** vagon 16 s. sonra durduğuna göre, v_0 hızını ve duruncaya kadar vagonun aldığı yolu bulunuz.

Cevap; **a-** $a=0,733 \text{ cm/s}^2$, **b-** $v_0=11,72 \text{ m/s}$ ve 93,8 m.

12) Uzayda hareket etmek amacıyla tasarlanan ve,kütlesi 900 kg olan uzay güneş yatı Diana 'nın yelken alanı 3 km^2 olup güneş ışığı fotonlarının basıncıyla hareket etmektedir. Yerküre yakınlarındaki bir yörüngede yelken üzerine etkiyen güneş ışınım basınç kuvveti 20 N.dur. **a-** yatın ivmesini **b-** bu koşullarda bir günlük sürede yatın alacağı yolu, **c-** yatın hızını bulunuz.

Cevap ; **a-** $a=2,2 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}^2$, **b-** 82946 km., **c-** 1920 m/s

13) Bir uzay aracı Satürn'e ait aylardan birine inişe geçmektedir. Aracın roketlerince uygulanan düşey ve yukarı yönlü olan kuvvet 3260 N olduğuna göre, araç sabit hızla inişe geçer. Bu kuvvet 2200 N olduğunda ise araç $0,83 \text{ m/s}^2$ ile inişe geçer. **a-** ay yüzeyi yakınlarındaki aracın ağırlığını hesaplayınız, **b-** aracın kütlesini hesaplayınız, **c-** ay yüzeyi yakınlarındaki kütle çekim ivmesini hesaplayınız.

Cevap. **a-** 32600 N , **b-** 1277 kg., **c-** $2,5 \text{ m/s}^2$

14.) üç vagondan oluşan bir metronun her bir vagonunun ağırlığı $1,2 \cdot 10^5 \text{ N}$ ve .her vagona etkiyen sürtünme kuvveti de 10^3 N dur. Birinci vagondaki motorun ray boyunca uyguladığı yatay kuvvet $4,8 \cdot 10^4 \text{ N}$ dur. **a-** metronun ivmesini bulunuz, **b-** ilk vagonla ikinci vagon

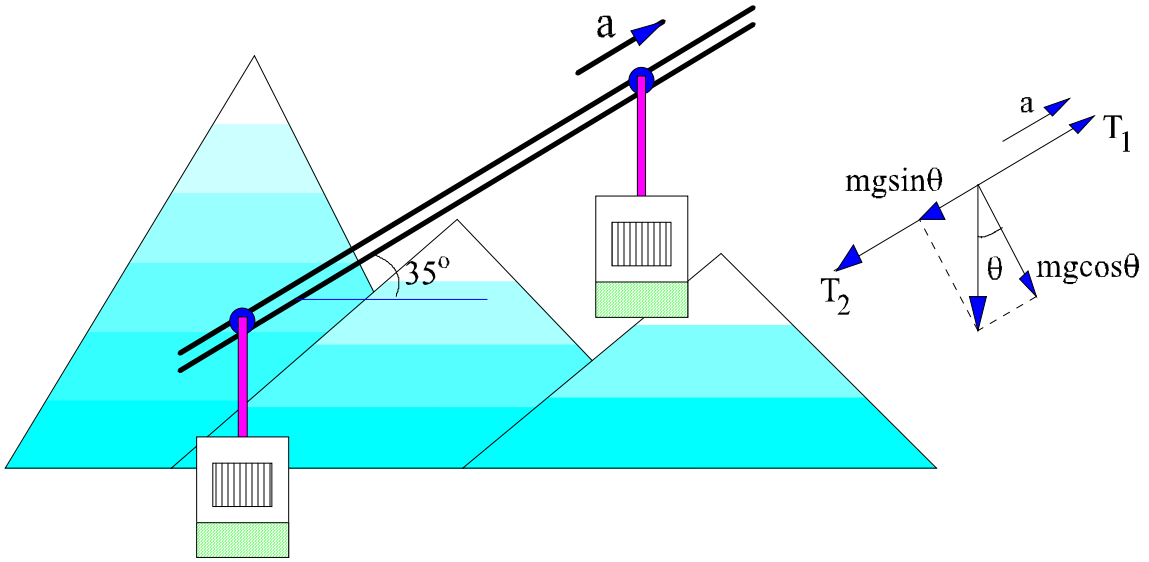
BÖLÜM 1.4 DİNAMİĞİN TEMELLERİ, SÜRTÜNME KUVVETLERİ, KÜTLE ÇEKİM YASASI

arasındaki bağlantı kablosundaki gerilmeyi, c- ikinci vagonla üçüncü vagon arasındaki kablodaki gerilmeyi hesaplayınız.

Cevap) a) $1,23 \text{ m/s}^2$ b) 32000 N , c) 16000 N .

15) Şekil 20'de Alp dağlarında turistler ve kayakçılar tarafından kullanılan bir teleferik sisteminin krokisi gösterilmiştir. Her bir vagonun yolcularla beraber maksimum kütlesi 2800 kg 'dır. Vagonlar dayanak kablosu üzerinde kaymakta ve ikinci bir çekme kablosu ile çekilmektedir. Vagonlar 35° eğimli bir yerde yukarı doğru $0,81 \text{ m/s}^2$ 'lik ivmeyle çekiliyorlar. Buna göre bir vagonun iki tarafındaki çekme kablosu üzerindeki gerilim kuvvetleri farkını hesaplayınız.

Cevap . $1,80 \cdot 10^4 \text{ N}$.



Şekil 20. Problem 15.