

İNDÜKTANS

1) İçinden 50 A şiddetinde akım geçen halka, sınırladığı alanda 50Wb değerinde bir manyetik akı oluşturmaktadır.

a) Halkanın indüktansını hesaplayınız.

b) Halkadan geçen akım $\frac{dI}{dt} = 20 \text{ A/s}$ hızla azalıyorsa özindüksiyon emk'ini hesaplayınız.

$$\alpha) \quad \Phi_B = LI \quad L = \frac{\Phi_B}{I} = \frac{50 \text{ Wb}}{50 \text{ A}} = 1 \text{ H}$$

$$b) \quad \mathcal{E}_L = -L \frac{dI}{dt} = -(1 \text{ H})(-20 \text{ A/s}) = 20 \text{ V}$$

2-a) kilogram.volt.metre²/(henri.amper)² ve

b) (henri / farad)^{1/2} ifadeleri, aşağıda bulunan terimlerden hangilerine eşittir?
Metre, coulomb, boyutsuz bir sayı, ohm, saniye, farad.

$$a) \quad \frac{\text{kilogram.volt.metre}^2}{(\text{henri.amper})^2} = \frac{\text{kg.V.m}^2}{(\text{H.A})^2} = \frac{\text{kg} \cdot \left(\frac{\text{kg.m}^2}{\text{A.s}^2}\right) \cdot \text{m}^2}{\left(\frac{\text{kg.m}^2}{\text{A}^2 \cdot \text{s}^2}\right)^2 \cdot \text{A}^2} = \text{A.s} \rightarrow \text{coulomb}$$

$$b) \quad \left(\frac{\text{henri}}{\text{farad}}\right)^{1/2} = \frac{\left(\frac{\text{kg.m}^2}{\text{A}^2 \cdot \text{s}^2}\right)^{1/2}}{\left(\frac{\text{A}^2 \cdot \text{s}^4}{\text{kg.m}^2}\right)^{1/2}} = \frac{\text{kg.m}^2}{\text{A}^2 \cdot \text{s}^3} \rightarrow \text{ohm}$$

3) 90mH likbir inüktördeki akım $I = t^2 - 6t$ (SI birim sisteminde) bağıntısına uygun olarak zamanla değişmektedir.

a) $t=1\text{s}$ ve

b) $t=4\text{s}$ deki indüklenmiş emk'in büyüklüğünü bulunuz.

c) Hangi anda emk sıfırdır?

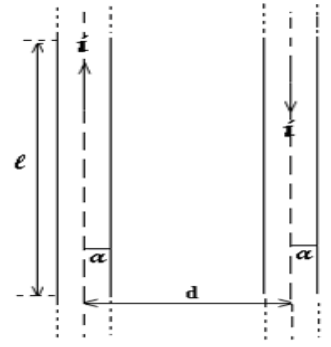
$$|\mathcal{E}| = L \frac{dI}{dt} = (9 \times 10^{-2}) \frac{d}{dt} (t^2 - 6t) \text{ V}$$

$$a) \quad t=1\text{s için } \mathcal{E} = 360 \text{ mV}$$

$$b) \quad t=4\text{s için } \mathcal{E} = 180 \text{ mV}$$

$$c) \quad \mathcal{E} = (9 \times 10^{-2})(2t - 6) = 0, \quad t = 3 \text{ s iken}$$

4) Şekil 1’de görülen, eksenleri arasındaki uzaklık d olan iki uzun paralel telden aynı şiddette ve zıt yönde i akımı geçmektedir. Tellerin içinde meydana gelen akıyı ihmal ederek, bu ikili tel sisteminin l uzunluğundaki parçasının indüktansını bulunuz.

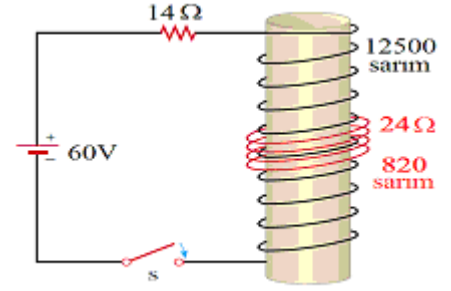


Şekil 1

Handwritten solution on grid paper:

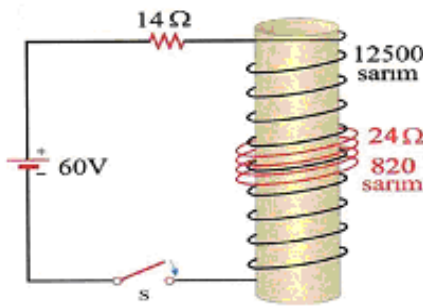
$B_1 = B_2 = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$
 1. manyetik alanda oluşan akı
 $\Phi_1 = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad d = l dr$
 $\Phi_1 = \int_a^{d-a} \frac{\mu_0 i}{2\pi r} l dr$
 simetrik old. için $\Phi_1 = \Phi_2$
 $\Phi_1 = \frac{\mu_0 i l}{2\pi} \ln\left(\frac{d-a}{a}\right)$
 $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = 2\Phi_1 = \frac{\mu_0 i l}{\pi} \ln\left(\frac{d-a}{a}\right)$
 $L = \frac{\Phi}{i} = \frac{\mu_0 l}{\pi} \ln\left(\frac{d-a}{a}\right)$

5) Direnci 24Ω olan 820 sarımlı tel bobin Şekil 2'de görüldüğü gibi 12500 sarımlı 7 cm uzunluğundaki bir solenoid çevresine sarılmıştır. Solenoid ve bobinin kesit alanları 10^{-4} m^2 'dir.



Şekil 2

- a) Solenoiddeki akımın kendi maksimum değerinin %63,2'sine ulaşması ne kadar zaman alır?
b) Bu süre içinde solenoidin öz indüktansının sebep olduğu ortalama ters elektromotor kuvveti kaç V'dur?
c) Bu süre içinde bobinden geçen manyetik akıda ortalama değişim oranı nedir?
d) Bobinde indüklenen akımın ortalama değeri ne kadardır?



a) N sarım içeren bir bobinin indüktansı;

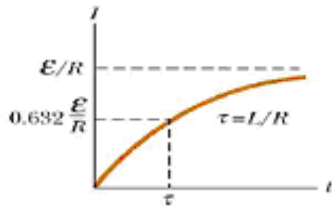
$$L = \frac{N \Phi_B}{I}$$

$$L = \frac{N}{I} B \cdot A = \frac{N}{I} \left(\mu_0 \frac{N I}{\ell} \right) \cdot A$$

$$L = \mu_0 \frac{N^2 A}{\ell}$$

$$L = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{(12500)^2 \cdot (10^{-4})}{70 \cdot 10^{-2}}$$

$$L = 0,28 \text{ (H)}$$



$$\tau = \frac{L}{R}$$

$$\tau = \frac{0,28}{14}$$

$$\tau = 20 \text{ (ms)}$$

b) $\mathcal{E}_L = -L \frac{dI}{dt}$

$$|\bar{\mathcal{E}}_L| = L \left(\frac{\Delta I}{\Delta t} \right) = L \left(\frac{I_s - I_i}{t_s - t_i} \right)$$

$$|\bar{\mathcal{E}}_L| = 0,28 \cdot \left(\frac{2,71}{20 \cdot 10^{-3}} \right)$$

$$|\bar{\mathcal{E}}_L| \cong 38 \text{ (V)}$$

$$I_i = 0$$

$$I_s = 0,632 \cdot I_{\max}$$

$$I_s = 0,632 \cdot \frac{\Delta V}{R} = 0,632 \cdot \frac{60}{14}$$

$$I_s = 2,71 \text{ A}$$

$$t_i = 0$$

$$t_s = 20 \text{ ms}$$

c) Bobin, solenoid ile eş merkezli olduğundan, bobinden geçen manyetik akımın ortalama değişim oranı, solenoidinkine eşittir.

$$\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = \frac{\Delta (B \cdot A)}{\Delta t} = \frac{\Delta \left(\mu_0 \frac{N}{\ell} I \cdot A \right)}{\Delta t} = \mu_0 \frac{N \cdot A}{\ell} \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{12500 \cdot 10^{-4}}{70 \cdot 10^{-2}} \cdot \frac{2,71}{20 \cdot 10^{-3}} \cong 3 \cdot 10^{-3} \text{ V}$$

$$\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = 3 \text{ (mV)}$$

d) $|\mathcal{E}_L| = N \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t}$

$$I = \frac{|\mathcal{E}_L|}{R} = \frac{N}{R} \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t}$$

$$I = \frac{820}{24} \cdot 3 \cdot 10^{-3}$$

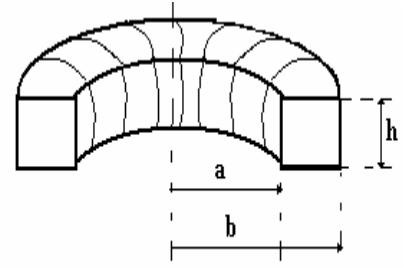
$$I \cong 0,103 \text{ A}$$

$$I = 103 \text{ (mA)}$$

6) Şekil 3'de N sarımlı, iç yarıçapı a, dış yarıçapı b olan dikdörtgen kesitli bir toroid görülmektedir.

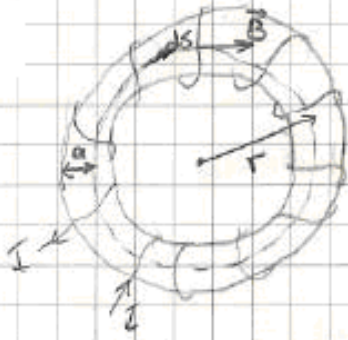
a) $L = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$ olduğunu gösteriniz.

b) a şıkında bulduğunuz sonucu kullanarak, a=10cm, b=12cm, h=1cm N=500 sarım için öz indüktansı hesaplayınız.



Şekil 3

a)



Toroid için;

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \int ds$$

$$B 2\pi r = \mu_0 N I$$

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$$

$$dA = h dr$$

$$\phi_B = \int B dA = \int_a^b \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} h dr$$

$$\frac{\mu_0 N I}{2\pi} h \ln \frac{b}{a}$$

$$L = \frac{N \phi_B}{I} \Rightarrow L = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

b) $L = \frac{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} (500)^2 \cdot 10^{-2}}{2\pi} \ln\left(\frac{12 \cdot 10^{-2}}{10 \cdot 10^{-2}}\right)$

$$= 9,12 \cdot 10^{-5} \text{ H} \sim \underline{\underline{91,2 \mu\text{H}}}$$

7) Sarımları sırasıyla 300 ve 600 olan A ve B gibi iki komşu sargıdan A sargısındaki 1,5A'lık akım kendisinden $1,2 \times 10^{-4}$ Wb, B'den de $0,9 \times 10^{-4}$ Wb akı geçmesine sebep olmaktadır.

a) A'nın öz indüklemeni,

b) A ve B'nin karşılıklı indüklemeni,

c) A'daki akım 0,2s'de kesildiğinde B'deki ortalama indüklenmiş emk'yı bulunuz.

$$a) L_A I_A = N_A \Phi_A \quad \rightarrow \text{özindük. akı.}$$

$$(1,5) L_A = 300 \cdot (1,2 \cdot 10^{-4})$$

$$L_A = 24 \text{ mH}$$

$$b) M I_A = N_B \Phi_B$$

$\rightarrow \Phi_A$ dan dolayı oluşan akı

$$M(1,5) = 600 \cdot (0,9 \cdot 10^{-4})$$

$$M = 36 \text{ mH}$$

$$c) \mathcal{E}_B = M \left\{ \frac{\Delta I_A}{\Delta t} \right\}$$

$$= 36 \cdot 10^{-3} \left(\frac{1,5}{0,2} \right) = \mathcal{E}_B = 0,27 \text{ V}$$

8) A ve B gibi birbirine yakın iki solenoid, sırasıyla, 400 ve 700 sarıma sahiptirler. A bobindeki 3A'lık bir akım, A'nın her sarımında $300 \mu\text{T} \cdot \text{m}^2$ 'lik bir akı ve B'nin her sarımında ise $90 \mu\text{T} \cdot \text{m}^2$ 'lik bir akı meydana getirir.

a) Bu iki solenoidin karşılıklı indüktansını hesaplayınız.

b) A bobininin öz-indüktansı nedir?

c) A bobinindeki akım 0,5A/s oranıyla arttığı zaman, B bobininde ne kadar emk indüklenecektir?

$$a) M = \frac{N_B \Phi_{BA}}{I_A} = \frac{700 (90 \times 10^{-6})}{3} = 2,1 \times 10^{-2} \text{ H}$$

$$b) L_A = \frac{\Phi_A}{I_A} = \frac{400 (300 \times 10^{-6})}{3} = 4 \times 10^{-2} \text{ H}$$

$$c) \mathcal{E}_B = -M \frac{dI_A}{dt} = -(2,1 \times 10^{-2}) (0,5) = -1,05 \times 10^{-2} \text{ V}$$

9) İndüktansı L olan iki solenoid, sarımları aynı yönü gösterecek şekilde uç uca yerleştirilmiştir. Karşılıklı indüktansı M olan iki solenoidden oluşan sistemin etkin indüktansının $2(L+M)$ olduğunu gösteriniz.

Her iki solenoidin sarımları aynı yönde olduğundan indüklenen emk lar da aynı yöndedir. Sistemin toplam emk ;

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_{12} + \mathcal{E}_{21} \\ &= -\left(L \frac{dI}{dt}\right) - \left(L \frac{dI}{dt}\right) - \left(M \frac{dI}{dt}\right) - \left(M \frac{dI}{dt}\right) = -L_{eş} \frac{dI}{dt} \end{aligned}$$

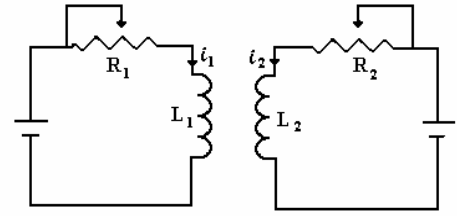
$$L_{eş} = L + L + M + M = 2(L+M)$$

10) Şekil 4'de görüldüğü gibi R_1 ve R_2 dirençleri değiştirilerek I_1 ve I_2 akımları birbirinden bağımsız olarak artırılıp azaltılabilmektedir. $L_1=50\text{mH}$, $L_2=40\text{mH}$ ve $M=15\text{mH}$ 'dir.

a) I_1 akımı 120A/s hızla artırılırken I_2 sabit tutulduğunda her sargıda indüklenen V_1 ve V_2 gerilimlerini,

b) I_1 akımı 120A/s hızla azaltılırken I_2 sabit tutulduğunda her sargıda indüklenen V_1 ve V_2 gerilimlerini,

c) I_1 akımı 120A/s hızla artırılıp I_2 akımı 200A/s hızla azaltılırsa her sargıda indüklenen V_1 ve V_2 gerilimlerini bulunuz.



Şekil 4

$$V_1 = -L_1 \frac{dI_1}{dt} - M \frac{dI_2}{dt}$$

$$V_2 = -L_2 \frac{dI_2}{dt} - M \frac{dI_1}{dt}$$

* M'in işaretinin (-) olmasının nedeni I_1 'deki artışın I_2 'nin yönüne karşı koyan emk yaratmasıdır (veya tersi durumda doğrudur)

$$\text{a) } V_1 = -L_1 \frac{dI_1}{dt} - M \frac{dI_2}{dt} \Rightarrow V_1 = - (0,05) (120) \\ V_1 = -6\text{V}$$

$$V_2 = -L_2 \frac{dI_2}{dt} - M \frac{dI_1}{dt} \Rightarrow V_2 = 0 - (0,015) (120) \Rightarrow V_2 = -1,8\text{V}$$

$$\text{b) } V_1 = -L_1 \frac{dI_1}{dt} + M \frac{dI_2}{dt} \Rightarrow V_1 = - (0,05) (-120) \Rightarrow V_1 = 6\text{V}$$

$$V_2 = -L_2 \frac{dI_2}{dt} - M \frac{dI_1}{dt} \Rightarrow V_2 = - (0,015) (-120) \Rightarrow V_2 = 1,8\text{V}$$

$$\text{c) } V_1 = -L_1 \frac{dI_1}{dt} - M \frac{dI_2}{dt}$$

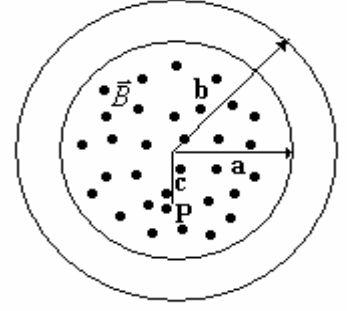
$$= - (0,05) (120) - (0,015) (-200)$$

$$V_1 = -3\text{V}$$

$$V_2 = -L_2 \frac{dI_2}{dt} - M \frac{dI_1}{dt} \Rightarrow V_2 = - (0,04) (-200) - (0,015) (120)$$

$$V_2 = 6,2\text{V}$$

11) 2000 sarım/m, $a=20\text{cm}$ yarıçaplı uzun ideal bir solenoid i akımı taşımaktadır. Bu solenoid etrafına $b=3\text{cm}$ yarıçaplı tek bir halka eş merkezli olacak şekilde yerleştirilmiştir. Şekil 5'de Devre kesitten görülmektedir. ($\pi=3$, $\mu_0=4\pi \times 10^{-7} \text{ (SI)}$).



Şekil 5

a) Solenoid $n_1 = 2000 \text{ 1/m}$
 $r_1 = 2 \text{ cm}$

Halka $N_2 = 1$
 $r_2 = 3 \text{ cm}$

$$M = \frac{N_2 \Phi_B}{i} = \frac{N_2 BA}{i}$$

$$B_1 = \mu_0 n_1 I$$

$$M = \frac{1 \cdot \mu_0 i n_1 \pi r_1^2}{i} = \mu_0 n_1 \pi r_1^2 = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2000 \cdot 3 \cdot (0,02)^2$$

$$M = 28,8 \cdot 10^{-7} \text{ H.}$$

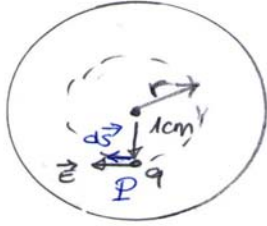
b) $i_1 = 4,8 \text{ A}$
 $i_2 = 8,4 \text{ A}$
 $\Delta t = 0,2 \text{ s}$

$$\mathcal{E} = N_2 \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = \frac{\pi r_2^2 (B_2 - B_1)}{\Delta t} = \frac{\pi r_2^2 \mu_0 n_1 (i_2 - i_1)}{\Delta t}$$

$$\mathcal{E} = 3 \cdot (2 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 10^{-7} \cdot 2000 \cdot (3,6) / 0,2 = 0,518 \cdot 10^4 \text{ V}$$

Halkadan geçen akım saat yönünde olmalıdır.

c)



$$\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int E ds \cos \theta = E \cdot 2\pi r$$

$$\mathcal{E} = \frac{d\Phi_B}{dt} = A \frac{dB}{dt} = \pi r^2 \frac{d}{dt} (\mu_0 i n_1)$$

$$E \cdot 2\pi r = \mu_0 n_1 \pi r^2 \frac{di}{dt}$$

$$E = \frac{\mu_0 n_1 r}{2} \left(\frac{\Delta i}{\Delta t} \right) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2000 \cdot 10^{-2} \cdot 18}{2} = 0,216 \cdot 10^{-3} \text{ N/C}$$

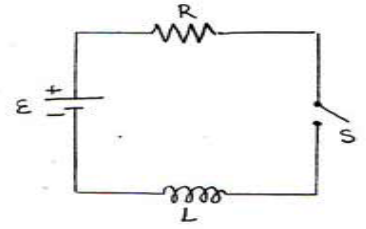
($-\hat{i}$ yönünde)

P'deki yüke etki eden kuvvet ise

$$F = qE = 1,5 \cdot 10^{-8} \cdot 0,216 \cdot 10^{-3} = 0,324 \cdot 10^{-11} \text{ N}$$

($-\hat{i}$ yönünde)

12) Şekilde gösterilen RL devresinde $t=0$ anında anahtar kapalıdır. $\varepsilon=6V$, $R=3,3k\Omega$ ve $L=2,5mH$ dir. 1s süresince devreden geçen yük miktarını bulunuz.



Şekil 6

$$I = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-Rt/L}) \quad , \quad Q = \int_0^T I dt = \frac{\varepsilon}{R} \int_0^T (1 - e^{-Rt/L}) dt$$

$$Q = \frac{\varepsilon}{R} \left[T - \frac{L}{R} (1 - e^{-RT/L}) \right] = \frac{\varepsilon}{R} \left[T - \tau (1 - e^{-T/\tau}) \right] \quad , \quad \tau = \frac{L}{R}$$

$t = 1s$ için ;

$$Q = \frac{6V}{3,3 \times 10^3 \Omega} \left\{ (1s) - (7,58 \times 10^{-7} s) \left[(1s) - e^{-\frac{1s}{7,58 \times 10^{-7} s}} \right] \right\} = 1,8 \times 10^{-3} C$$

13) Uzunluğu $l=0,2m$, çapı $0,02m$ olan bir bobin üzerinde $N=400$ sarım bulunmaktadır. Bobin toplam direnci $R = 2,5\Omega$ dur. Bobin $5V$ 'luk bir bataryaya bağlanmış olup $t=0$ anında anahtar kapalı durumda tutulmaktadır. Akımın denge değerinin %99'una ulaşması için geçen zamanı bulunuz.

Bobinden geçen denge akımı $I_0 = \frac{5V}{2,5\Omega} = 2A$ dir

Bobinde akımın bu değerinin %99'una ulaşması için geçen zaman t ,

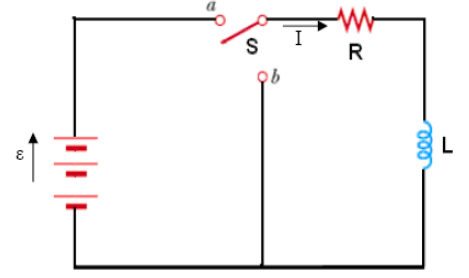
$$I = \frac{5}{2,5} (1 - e^{-Rt/L})$$

$$t = \frac{L}{R} \ln 100 = 4,6 \frac{L}{R} \quad , \quad L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l}$$

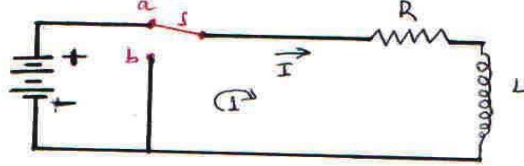
$$L = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 400 \times (\pi \times 0,01^2)}{0,2} = 3,16 \times 10^{-4} H$$

$$t = 4,6 \frac{3,16 \times 10^{-4}}{2,5} = 5,81 \times 10^{-4} s .$$

- 14-a) Şekil 7'de verilen LR devresinde anahtar a konumuna getirildiği anda, devrede oluşan özindüksiyon emk'sı \mathcal{E}_L nedir?
b) İki zaman sabiti sonra \mathcal{E}_L in değeri nedir?
c) Ne kadar zaman sabiti sonra \mathcal{E}_L batarya emk'sının yarısına eşit olur?



Şekil 7



a) $\mathcal{E} - IR - L \frac{dI}{dt} = 0$ bu denklemin çözümü

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} \left[1 - e^{-t/(L/R)} \right]$$

$$\mathcal{E}_L = L \frac{dI}{dt} = L \frac{d}{dt} \left[\frac{\mathcal{E}}{R} \left(1 - e^{-t/(L/R)} \right) \right]$$

$$\mathcal{E}_L = \frac{L \mathcal{E}}{R} \cdot \frac{1}{L/R} e^{-t/(L/R)} \quad \text{bulunur.}$$

$t = 0$ anında $\Rightarrow \mathcal{E}_L = \mathcal{E}$ olur.

b) $t = 2 \tau_L = 2(L/R) \Rightarrow \mathcal{E}_L = \mathcal{E} \cdot e^{-2(L/R)/(L/R)}$

$$\mathcal{E}_L = \mathcal{E} \cdot e^{-2} = 0,135 \mathcal{E} \quad \text{bulunur.}$$

c) $t = n \tau_L$ için $\Rightarrow \mathcal{E}_L = \frac{\mathcal{E}}{2} = \mathcal{E} \cdot e^{-n \tau_L / \tau_L}$

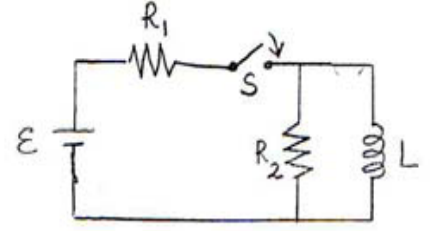
$$e^n = 2 \Rightarrow n = \ln 2 = 0,69$$

$t = 0,69 \tau_L$ olduğunda $\mathcal{E}_L = \frac{\mathcal{E}}{2}$ olur.

15) Şekil 8'deki anahtar $t=0$ da kapatılmıştır. Bu iki halkalı devrede Kirchoff yasalarını kullanarak, indüktörden geçen

akımın $I(t) = \frac{\varepsilon}{R_1} \left[1 - e^{-\frac{R't}{L}} \right]$ ifadesiyle verildiğini

gösteriniz. $R' = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ 'dir.



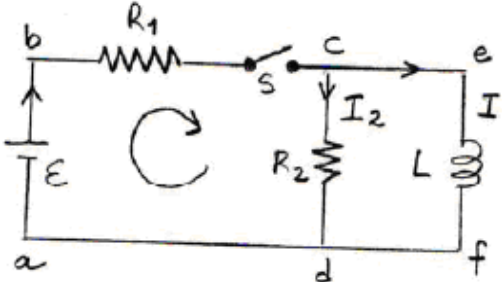
Şekil 8

abada ilmeği için:

$$\varepsilon - (I + I_2)R_1 - I_2 R_2 = 0 \quad (1)$$

abefa ilmeği için:

$$\varepsilon - (I + I_2)R_1 - L \frac{dI}{dt} = 0 \quad (2)$$



(1) ve (2) bağıntılarında I_2 elenirse

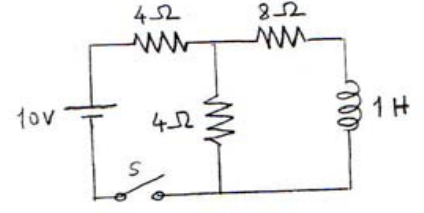
$$R' = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{ve} \quad \varepsilon' = \frac{R_2 \varepsilon}{(R_1 + R_2)}$$

olmak üzere

$$\varepsilon' - I R' - L \frac{dI}{dt} = 0 \quad (3) \text{ bulunur.} \quad \frac{\varepsilon'}{R'} = \frac{\varepsilon}{R_1} \text{ dir.}$$

$$(3)'ün \text{ çözümlü: } I(t) = \frac{\varepsilon}{R_1} \left(1 - e^{-R't/L} \right) \text{ olur.}$$

16) Şekildeki anahtar $t=0$ anında kapatılmıştır. İndüktördeki akımı ve anahtardan geçen akımı zamanın fonksiyonu olarak bulunuz.



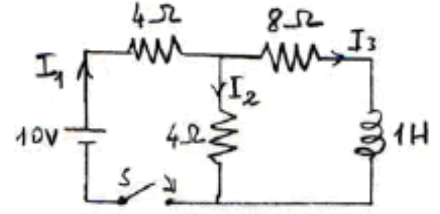
Şekil 9

Akımlar şekildeki gibi olsun.
Kirchhoff'a göre :

$$I_1 = I_2 + I_3 \quad (1)$$

$$+10 - 4I_1 - 4I_2 = 0 \quad (2)$$

$$+10 - 4I_1 - 8I_3 - (1) \frac{dI_3}{dt} = 0 \quad (3)$$



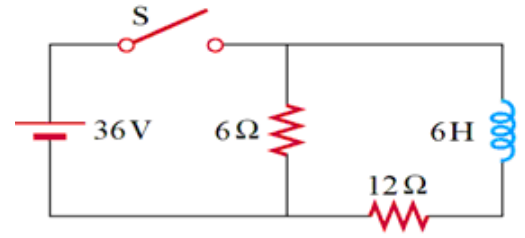
(1) ve (2) den $+10 - 4I_1 - 4I_1 + 4I_3$ ve $I_1 = 0,5I_3 + 1,25$

(3) bağıntısı (1) $\frac{dI_3}{dt} + 10I_3 = 5$ olur. Bu denklem

çözülürse, $I_3 = 0,5 \left[1 - e^{-10t} \right]$ ve

$I_1 = 1,25 + 0,5I_3 = 1,5 - (0,25)e^{-10t}$ elde edilir.

- 17) Şekil 10'da görülen RL devresinde,
a) S anahtarı kapatıldıktan uzun bir süre sonra, pilin bulunduğu koldan geçen akımı bulunuz.
b) $t=0$ anında S anahtarı açıldığında, indüktörün ve dirençlerin üzerindeki gerilimleri bulunuz.
c) İndüktör tarafından depo edilen enerji, ne kadar zaman sonra $t=0$ anındaki değerinin yarısı kadar olur?



Şekil 10

a) 1. Kirchoff Kuralı:

$$\sum I_{\text{gelen}} = \sum I_{\text{çıkan}}$$

2. Kirchoff Kuralı:

$$\sum_{\text{kapalı ilmek}} \Delta V = 0$$

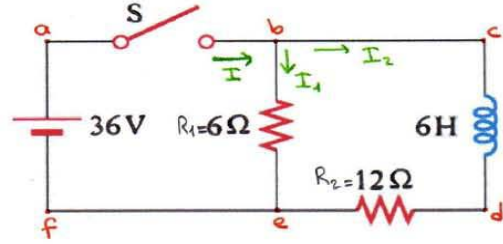
b düğüm noktası için: $I = I_1 + I_2$

abefa ilmeği için: $-I_1 \cdot 6 + 36 = 0$; $I_1 = 6 \text{ (A)}$

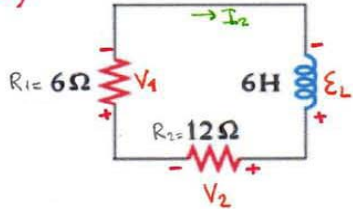
bcdeb ilmeği için: $-I_2 \cdot 12 + 6I_1 = 0$

$$I_2 = \frac{I_1}{2} ; I_2 = 3 \text{ (A)}$$

$$I = 9 \text{ (A)}$$



b)



$$V_1 = I_2 R_1$$

$$V_2 = I_2 R_2$$

$$\epsilon_L = V_1 + V_2$$

$$V_1 = 3 \cdot 6$$

$$V_2 = 3 \cdot 12$$

$$\epsilon_L = 18 + 36$$

$$V_1 = 18 \text{ (V)}$$

$$V_2 = 36 \text{ (V)}$$

$$\epsilon_L = 54 \text{ (V)}$$

c) $U = \frac{1}{2} L I^2$

$$\frac{U_s}{U_i} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\frac{1}{2} L I_s^2}{\frac{1}{2} L I_i^2} = \frac{1}{2}$$

$$I_s = \frac{I_i}{\sqrt{2}}$$

$$I_s = I_i e^{-t/\tau}$$

$$\frac{I_i}{\sqrt{2}} = I_i e^{-3t}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = e^{-3t}$$

$$\ln 1 - \ln \sqrt{2} = -3t$$

$$t = \frac{\ln \sqrt{2}}{3}$$

$$t \approx 0,12 \text{ (s)}$$

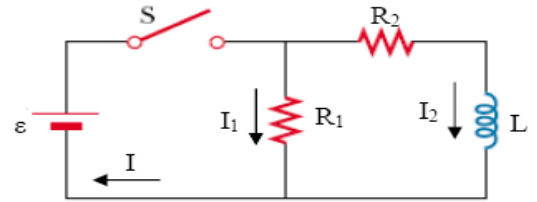
$$\tau = \frac{L}{R_1 + R_2}$$

$$\tau = \frac{6}{6 + 12}$$

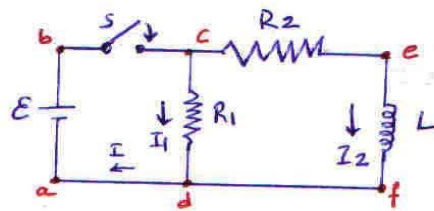
$$\tau = \frac{1}{3} \text{ s}$$

18) Şekil 11'de verilen devrede $\varepsilon = 10 \text{ V}$, $R_1 = 5 \Omega$, $R_2 = 10 \Omega$ ve $L = 5 \text{ H}$ 'dir. S anahtarı kapatıldıktan hemen sonra ve anahtar kapatıldıktan uzun bir süre sonra,

- R_1 direnci üzerindeki I_1 akımını,
- R_2 direnci üzerindeki I_2 akımını,
- anahtar üzerindeki I akımını,
- R_2 'nin uçları arasındaki potansiyel farkını,
- L 'nin uçları arasındaki potansiyel farkını bulunuz.



Şekil 11



Anahtar Kapatıldıktan sonra

Düğüm noktası (c)'de

$$I = I_1 + I_2$$

$$I_2 = 0 \Rightarrow I = I_1 \text{ dir.}$$

(abcda) ilmeği için

$$E - I_1 R_1 = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{E}{R_1} = \frac{10}{5} = \underline{2A}$$

$$I = I_1 = \underline{2A}$$

$t \rightarrow \infty$ anında

$$I = I_1 + I_2$$

$$(abcda) \text{ ilmeği için} \Rightarrow E - I_1 R_1 = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{E}{R_1} = \frac{10}{5} = \underline{2A}$$

$$(abeja) \text{ ilmeği için} \Rightarrow E - I_2 R_2 = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{E}{R_2} = \frac{10}{10} = \underline{1A}$$

$$I = I_1 + I_2 = 2 + 1 = \underline{3A}$$

$$d) \quad t = 0 \text{ için} \rightarrow V_2 = I_2 \cdot R_2 = 0 \cdot 10 = 0$$

$$t \rightarrow \infty \text{ için} \rightarrow V_2 = I_2 \cdot R_2 = 1 \cdot 10 = 10 \text{ V}$$

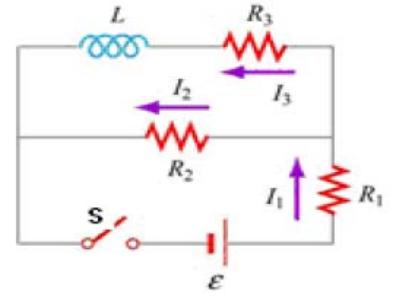
e) (cefdc) ilmeği için

$$V_L = I_2 R_2 - I_1 R_1$$

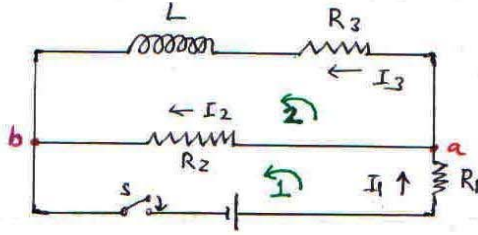
$$t = 0 \text{ için} \rightarrow V_L = 0 \cdot 10 - 2 \cdot 5 = \underline{-10 \text{ V}}$$

$$t = \infty \text{ için} \rightarrow V_L = 0 \text{ dir. çünkü } I_2 \text{ sabit}$$

- 19) Şekil 12'de verilen devrede her bir direnç üzerinden geçen akımları;
a) anahtar kapatıldıktan hemen sonra,
b) anahtar kapatıldıktan çok uzun süre sonra ve
c) anahtar açıldıktan hemen sonra bulunuz.



Şekil 12



- a) $t = 0$ anında (anahtar kapalı) indük. devresinden akım geçmez.

$$I_3 = 0$$

Düğüm noktası (a) da $I_1 = I_2 + I_3 \Rightarrow I_1 = I_2$ olur.

$$\text{①} \quad \mathcal{E} - I_1 R_1 - I_2 R_2 = 0 \Rightarrow I_1 (R_1 + R_2) = \mathcal{E}$$

$$I_1 = I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2} \text{ bulunur.}$$

- b) $t = \infty$ ssm indüktansın devreye etkisi sıfırdır.

$$\text{①} \quad \mathcal{E} - I_1 R_1 - I_2 R_2 = 0 \quad \text{① nolu denk.}$$

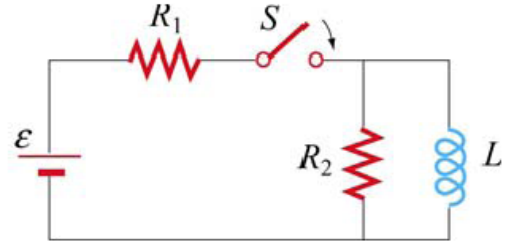
$$\text{②} \quad -I_3 R_3 + I_2 R_2 = 0 \Rightarrow I_2 R_2 = I_3 R_3 \quad \text{② nolu denk.}$$

a noktasında; $I_1 = I_2 + I_3$ ③ nolu denk.

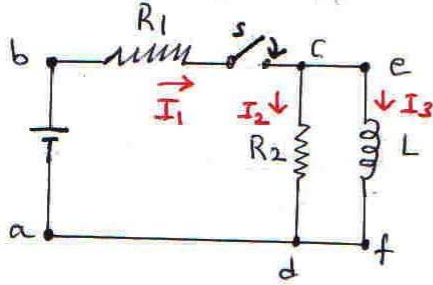
2 nolu denklemden $I_3 = \frac{I_2 R_2}{R_3}$ akımı 3 nolu denk. kullanılırsa:

$$I_1 = \frac{(R_2 + R_3)}{R_3} I_2 \quad \text{④ nolu denk. bulunur.}$$

20) Şekil 13'deki devrede $t = 0$ anında anahtar kapatılıyor. Kısa bir süre sonra indüktörden geçen akımı verilenler cinsinden bulunuz?



Şekil 13



Düğüm noktası (c) de

$$I_1 = I_2 + I_3 \quad \text{① nolu denk.}$$

(a b c d a) ilmezi için $E - I_1 R_1 - I_2 R_2 = 0 \quad \text{② nolu denk.}$

(a b e f a) ilmezi için $E - I_1 R_1 + \mathcal{E}_L = 0$

$E - I_1 R_1 - L \frac{dI_3}{dt} = 0$ bulunur. 1 nolu denk. burada kullanırsak:

$$E - (I_2 + I_3) R_1 = L \frac{dI_3}{dt} \quad \text{③ nolu denk. elde ederiz.}$$

(c e f d c) ilmeğinde, $\mathcal{E}_L + I_2 R_2 = 0$ 'dır.

$$-L \frac{dI_3}{dt} + I_2 R_2 = 0$$

$$I_2 = \frac{L}{R_2} \frac{dI_3}{dt} \quad \text{bulunur. bu akım ③ nolu denklerde yerine yazılırsa:}$$

$$E - I_3 R_1 - \left(\frac{R_1 + R_2}{R_2} \right) L \frac{dI_3}{dt} = 0 \quad \text{denklerini elde ederiz.}$$

Bu denklemi $\frac{R_1+R_2}{R_2}$ 'ye bölerssek

$$\frac{\frac{\mathcal{E}}{\frac{R_1+R_2}{R_2}}}{\frac{R_1+R_2}{R_2}} - I_3 \left(\frac{\frac{R_1}{\frac{R_1+R_2}{R_2}}}{\frac{R_1+R_2}{R_2}} \right) - L \frac{dI_3}{dt} = 0$$

\downarrow \mathcal{E}' \downarrow R'

$$\mathcal{E}' - R' I_3 - L \frac{dI_3}{dt} = 0$$

1. dereceden 1 bilinmeyenli diferansiyel denk. elde ederiz.

bu denklemin çözümü;

$$\frac{\mathcal{E}'}{R'} - I_3 - \frac{L}{R'} \frac{dI_3}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{\mathcal{E}' - I_3}{R'} = \frac{L}{R'} \frac{dI_3}{dt}$$

\downarrow
x dersek

$$\frac{\mathcal{E}'}{R'} - I_3 = x \Rightarrow -dI_3 = dx \text{ bulunur.}$$

$$x = -\frac{L}{R'} \frac{dx}{dt} \Rightarrow \int_0^t -\frac{R'}{L} dt = \int_{x_0}^x \frac{dx}{x}$$

$$\ln\left(\frac{x}{x_0}\right) = -\frac{R'}{L} t \Rightarrow x = x_0 e^{-\frac{R'}{L} t} \text{ bulunur. burada } x \text{ 'i yerime yazarsak:}$$

$$\frac{\mathcal{E}'}{R'} - I_3 = x_0 e^{-\frac{R'}{L} t}$$

$$t=0 \Rightarrow x_0 = \frac{\mathcal{E}'}{R'} \text{ dir.}$$

$$\frac{\mathcal{E}'}{R'} - I_3 = \frac{\mathcal{E}'}{R'} \cdot e^{-\frac{R'}{L} t}$$

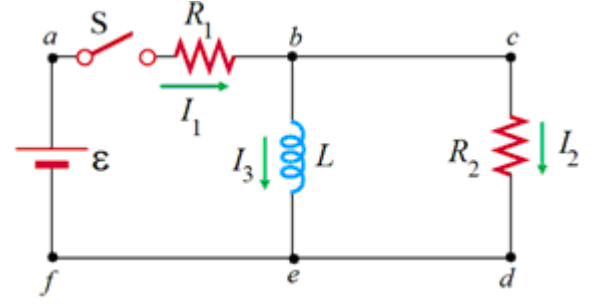
$$I_3(t) = \frac{\mathcal{E}'}{R'} \left[1 - e^{-\frac{R'}{L} t} \right] \text{ bulunur.}$$

21) Şekil 14'de verilen RL devresinde, S anahtarı $t=0$ anında kapatılıyor.

a) S anahtarı kapatıldığı anda, I_1 , I_2 ve I_3 akımlarını bulunuz.

b) S anahtarı kapatıldıktan uzun bir süre sonra I_1 , I_2 ve I_3 akımlarını bulunuz.

c) Uzun bir süre kapalı kaldıktan sonra S anahtarı tekrar açıldığı anda ($t=0$) R_2 direncinin uçları arasındaki potansiyel farkı ne kadardır?



Şekil 14

a) $\mathcal{E}_L = -L \frac{dI}{dt}$

$t=0$ anında $I_2 = 0$
 $I_1 = I_2$

acdfa ilmeği için: $-I_1 R_1 - I_2 R_2 + \mathcal{E} = 0$

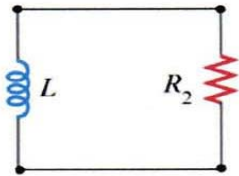
$$I_1 = I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2}$$

b) $t \rightarrow \infty$ için $I_2 = 0$
 $I_1 = I_3$

abefa ilmeği için: $-I_1 R_1 + \mathcal{E} = 0$

$$I_1 = I_3 = \frac{\mathcal{E}}{R_1}$$

c) İndüktörde depolanan enerji, R_2 direnci üzerinde harcanır.



$$I R_2 + L \frac{dI}{dt} = 0$$

$$I = I_0 e^{-t/\tau}$$

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R_2}$$

$t=0$ için $\Delta V_{R_2} = I_0 R_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_2} \cdot R_2$

$$\Delta V_{R_2} = \mathcal{E}$$

22) İndüktansı $L=2$ mH olan bir bobinden, $I = I_0 e^{-\alpha t}$ ile verilen bir akım geçmektedir. $I_0=4$ A ve $\alpha=0,02$ s⁻¹ 'dir. Bobinde oluşan gücü, zamanın fonksiyonu olarak bulunuz.

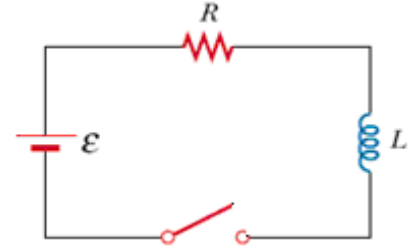
$$u = \frac{1}{2} L I^2$$

$$P = - \frac{du}{dt} = -L I \frac{dI}{dt} = -L (I_0 e^{-\alpha t}) I_0 (-\alpha) e^{-\alpha t} = L I_0^2 \alpha e^{-2\alpha t}$$

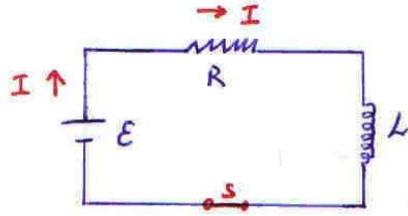
$$P = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 4^2 \cdot 0,02 \cdot e^{-2 \cdot 0,02 \cdot t}$$

$$P = 6,4 \cdot 10^{-4} \cdot e^{-0,04t} \text{ (W)}$$

23) Şekil 15'de verilen devrede, anahtar kapatıldıktan ne kadar süre sonra indüktörde depo edilen manyetik enerji, kararlı durumdaki manyetik enerjinin yarısına eşit olur?



Şekil 15



$$\varepsilon - IR - L \frac{dI}{dt} = 0$$

$$\frac{\varepsilon}{R} - I - \frac{L}{R} \frac{dI}{dt} = 0$$

bu denklemin gözönünde

$$I = \frac{\varepsilon}{R} \left[1 - e^{-t/(L/R)} \right]$$

bulunur $\Rightarrow \tau_L = L/R$ 'dir.

$$U_B = \frac{1}{2} L I^2$$

$t = t'$ süre sonra depo edilen manyetik enerji

$$U_B(t') = \frac{1}{2} L I(t')^2 \quad ; \quad I(t') = \frac{\varepsilon}{R} \left[1 - e^{-t'/\tau_L} \right]$$

kararlı durumda $t = \infty \rightarrow I(t = \infty) = \frac{\varepsilon}{R} = I_M$

$$U_B(t = \infty) = \frac{1}{2} L I_M^2$$

$$\frac{U_B(t = \infty)}{2} = U_B(t')$$

$$\frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} L I_M^2 \right] = \frac{1}{2} L I(t')^2$$

$$\frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} L \left(\frac{\varepsilon}{R} \right)^2 \right] = \frac{1}{2} L \left[\frac{\varepsilon}{R} \left(1 - e^{-t'/\tau_L} \right) \right]^2$$

$$\frac{1}{2} = 1 - e^{-t'/\tau_L}$$

$$e^{-t'/\tau_L} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$$

$$-\frac{t'}{\tau_L} = \ln\left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\boxed{t' = -\tau_L \cdot \ln\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)} \quad \text{bitulusur.}$$

↓

$$t' = \tau_L \ln\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}\right) = \underline{\underline{1,23 \tau_L}}$$

24) Seri bağlanmış bir kondansatör ve bir indüktörden oluşan devrede $t=0$ anında kondansatörde depolanan yük q ile veriliyor. Maksimum akım şiddeti nedir ve bu şiddette akım devreden hangi zamanlarda geçer?

Bir LC devresinde kondansatör yükünün zamana bağımlılığı $Q = Q_{\text{maks}} \cos(\omega t + \phi)$ ile verilir.

$$I = \frac{dQ}{dt} = -\omega Q_{\text{maks}} \sin(\omega t + \phi) \text{ dir.}$$

$t=0$ anındaki yük ve akım;

$$Q = q = Q_{\text{maks}} \cos \phi, \quad I = 0 = -\omega Q_{\text{maks}} \sin \phi \rightarrow \phi = 0,$$

$$Q_{\text{maks}} = q. \quad \text{Akım, } I = -\omega q \sin(\omega t).$$

$$\text{Akımın maksimum değeri; } I_{\text{maks}} = q\omega = q \left(\frac{1}{LC} \right)^{1/2}.$$

$\sin(\omega t) = \pm 1$ veya $\omega t = \pi/2, 3\pi/2, \dots$ şartları sağlandığında ulaşır.

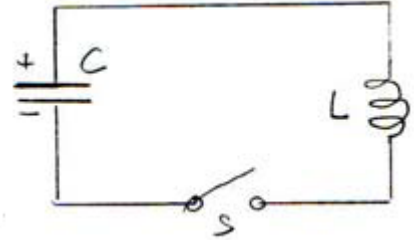
Akımın maksimum değerlerine;

$$t = (2n-1) \frac{\pi}{2\omega} = \frac{1}{2} (2n-1) \pi (LC)^{1/2}, \quad n=1,2,\dots$$

25) Şekil 16'da görülen ve başlangıçta $200 \mu\text{C}$ 'luk yük taşıyan bir LC devresi 100 mH 'lik bir indüktör ve $20 \mu\text{F}$ 'lık bir kondansatör içermektedir. Anahtar $t=0$ da kapatılmıştır.

a) Meydana gelen salınımların frekansını Hz cinsinden bulunuz.

b) $t=1 \text{ ms}$ anında kondansatördeki yükü bulunuz.



Şekil 16

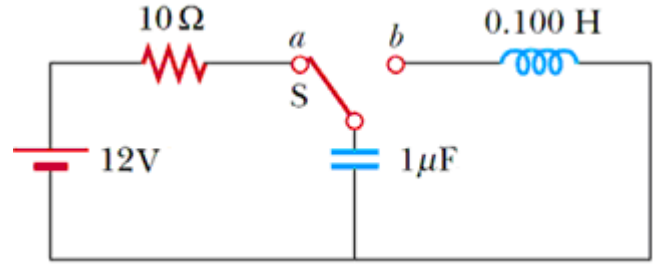
$$\text{a) } f = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{(0,1 \text{ H})(20 \times 10^{-6} \text{ F})}}$$

$$f = 112,5 \text{ Hz}$$

$$\text{b) } Q = Q_{\text{maks}} \cos \omega t = (200 \mu\text{C}) \cos(706,9 \times 0,001)$$

$$Q = 152 \text{ C}$$

- 26) Şekil 17'deki S anahtarı, uzun bir süre a konumunda kalmıştır. Anahtar b konumuna getirildikten sonra,
- LC devresindeki salınımların frekansını,
 - Kondansatörde depolanan maksimum yükü,
 - İndüktördeki maksimum akımı,
 - $t=3$ s'de devrenin sahip olduğu enerjiyi bulunuz.



Şekil 17

$$a) \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 2\pi f$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{0,1 \cdot 1 \cdot 10^{-6}}}$$

$$f \approx 504 \text{ (Hz)}$$

$$b) \quad Q_{\max} = C \varepsilon$$

$$Q_{\max} = 1 \cdot 10^{-6} \cdot 12$$

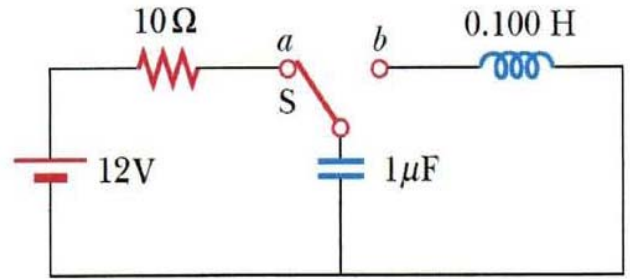
$$Q_{\max} = 12 \text{ (}\mu\text{C)}$$

$$d) \quad U = \frac{1}{2} C \varepsilon^2$$

$$U = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 10^{-6} \cdot (12)^2$$

$$U = 72 \text{ (}\mu\text{J)}$$

Herhangi bir t anında



$$c) \quad \frac{1}{2} C \varepsilon^2 = \frac{1}{2} L I_{\max}^2$$

$$I_{\max} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$I_{\max} = 12 \sqrt{\frac{1 \cdot 10^{-6}}{0,1}}$$

$$I_{\max} = 37,9 \text{ (mA)}$$