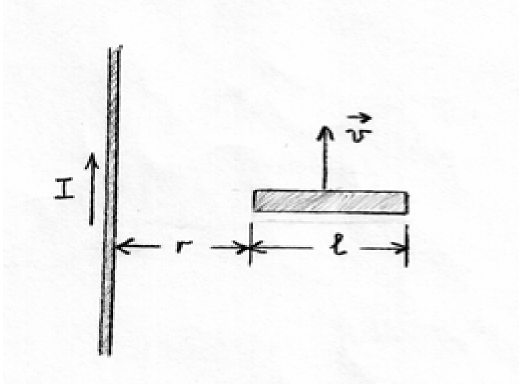
FARADAY YASASI

1) l uzunluğundaki iletken bir çubuk, I kararlı akımını taşıyan uzun bir tele paralel olacak şekilde Şekil 1'deki gibi v hızıyla hareket etmektedir. Çubuğun ekseni tele daima dik tutulup, çubuğun tele yakın olan ucu r mesafesindedir. Çubukta indüklenen emk'in

$|\varepsilon| = \frac{\mu_0 I}{2\pi} v \ln(1+\frac{l}{r})$ ile verildiğini gösteriniz.



Şekil 1

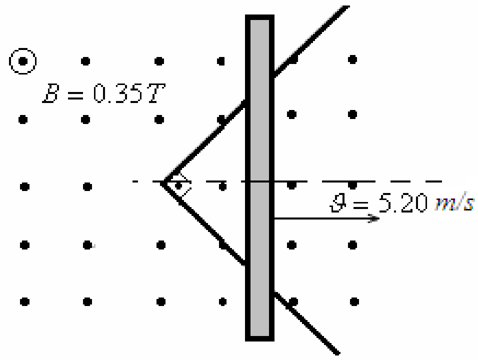
t süresinde çubuğun taradığı yüzeyden geçen

akı,

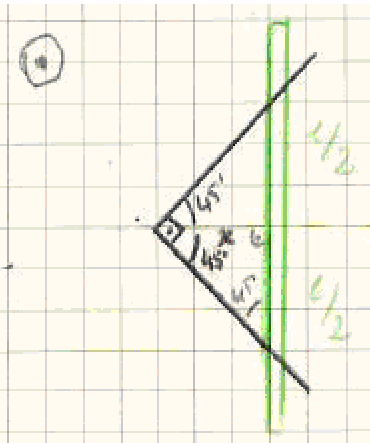
$$\Phi_B = \int B\,dA = \frac{\mu_0 I v t}{2\pi} \int_r^{r+\ell} \frac{dx}{x} ,$$

$$|\varepsilon| = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{\mu_0 I v}{2\pi} \ln\left(1+\frac{\ell}{r}\right)$$ olarak elde edilir.

2) İki iletken ray Şekil 2'de görüldüğü gibi birbirine dik olarak eklenmiştir. $t = 0$ anında dik köşede bulunan bir iletken çubuk raylar üzerinde sağa doğru 5,20 m/s sabit hızla harekete başlamaktadır. Tüm sistem büyüklüğü $|\vec{B}| = 0{,}35\text{T}$ olan sayfa düzleminden dışarıya doğru yönelmiş manyetik alanı içerisindedir. $t = 3s$ 'de çubuk ve rayların oluşturduğu üçgenin içinden geçen manyetik akıyı ve üçgen devrede oluşan emk'yı bulunuz.



Ş
Şekil 2



$$\Phi_B = BA\cos\theta = BA$$

$$A = \frac{1}{2} l x \Rightarrow x = \frac{l}{2}$$

$$A = x^2$$

$$x = vt$$

$$\Phi_B = B v^2 t^2$$

$$t = 3s \Rightarrow \Phi_B = 0.35 \,.\, (5.2)^2 \,.\, 3^2$$

$$\Phi_B \sim 85.2 \text{ Wb}$$

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

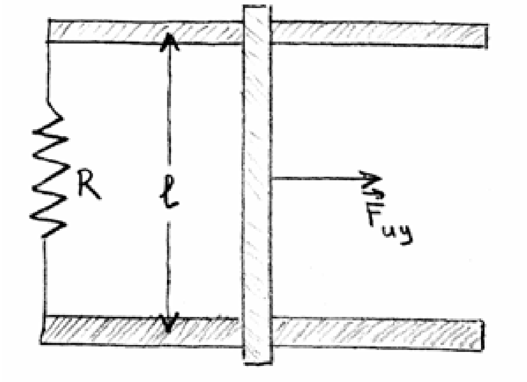
$$= -Bv^2\, 2t \Rightarrow -2 \,.\, 0{,}35 \,.\, (5{,}2)^2 \,.\, 3$$

$$\varepsilon_i \cong -56.8 \text{ V}$$

3) Şekil 3'deki düzenekte iletken bir çubuk, bir tarafından 6Ω luk bir dirençle bağlanmış, sürtünmesiz iletken raylar üzerinde kendisine, paralel bir biçimde sağa doğru hareket etmektedir. 2,5T değerinde bir manyetik alan, sayfa düzleminden içeriye doğru yönelmiştir. l=1,2m ve çubuğun kütlesinin ihmal edildiği kabul edilmektedir.

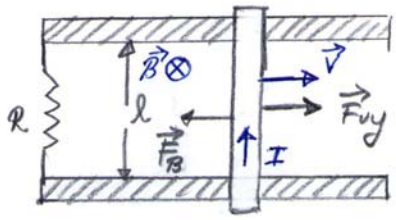
a) Çubuğu sağa doğru 2m/s lik sabit hızla hareket ettirebilmek için uygulanması gereken kuvveti hesaplayınız.

b) Bu dirence hangi hızda enerji verilir?



Şekil 3

a) çubuğun sabit v hızıyla sağa doğru gidebilmesi için



$$|\vec{F}_B| = |\vec{F}_{uy}|$$

$$|\vec{F}_B| = I\,|\vec{\ell}\times\vec{B}| = I\ell B$$

Burada $I = I_{ind} = \frac{\mathcal{E}}{R}$ dir.

İndüksiyon emk, $\mathcal{E} = B\ell v$ dir.

$$F_B = \frac{B\ell v}{R}(\ell B) = \frac{B^2\ell^2 v}{R} = \frac{2{,}5^2 \cdot 1{,}2^2\, 2}{6} = 3N \text{ dur.}$$

uygulanan kuvvet sağa doğru 3N'dur.

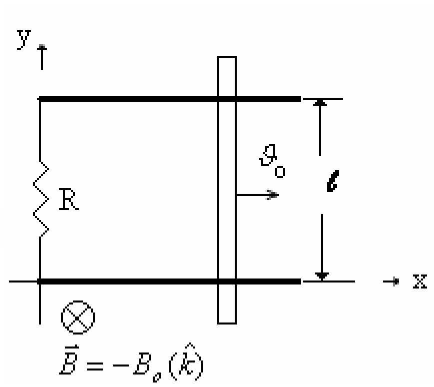
b)

$$P = I^2 R = \frac{B^2\ell^2 v^2}{R} = 6W$$

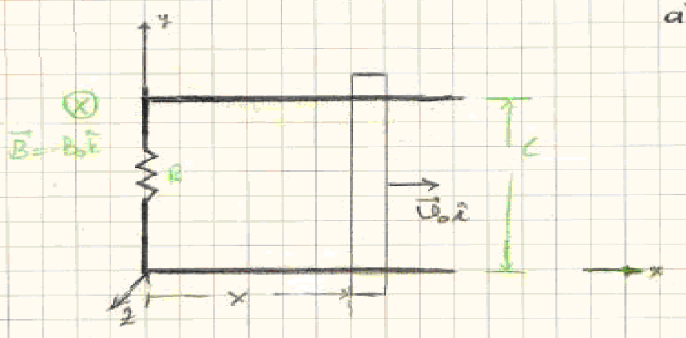
ya da $P = Fv = 6W$

4) Kütlesi m olan metal bir çubuk aralarındaki mesafe l olan iki paralel iletken ray üzerinde kayabilmektedir. Rayların bir tarafı R direnci ile birleştirilmiştir. Tüm sistem düzgün $\vec{B} = -B_0(\hat{k})$ manyetik alanı içindedir (Şekil 4).

a) Çubuk $+x$ yönünde sabit ϑ_0 hızı ile giderken direnç üzerinden geçen akımın yön ve şiddetini,
b) Çubuk üzerindeki manyetik kuvvet ve yönünü,
c) Çubuk t = 0 anında itilip bırakılırsa, daha sonraki bir t anında hızını bulunuz.



Ş
Şekil 4



a) $\vec{B} = -B_0\hat{k}$ $\quad \vec{v} = v_0\hat{\imath}$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt}\int \vec{B}\cdot d\vec{A}$$

biz R üzerinden geçen akımın $+\hat{\jmath}$ yönünde kabul edelim

$d\vec{A} = -\hat{k}\,da$

$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt}(B_0 A) = -\frac{d}{dt}(B_0 \ell . x) = -B_0\ell\frac{dx}{dt}$$

$\mathcal{E} = -B_0\ell v_0$
↳ Sonuç − çıktı
o halde başlangıç $+\hat{\jmath}$ akım yönü $-\hat{\jmath}$ olmalıdır.

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{B_0\ell v_0}{R}$$

Akım $-\hat{\jmath}$ yönünde akacaktır.

b) $\vec{F} = I\int(d\vec{\ell}\times\vec{B}) = I\int_0^{\ell}(\hat{\jmath}\,dy \times (-\hat{k}B_0))$

$= -\hat{\imath}\, I\ell B_0$ $\qquad \vec{F} = -\hat{\imath}\,\dfrac{B_0^2\ell^2 v_0}{R}$

Kuvvet hızla ters yönlü oldu. için yavaşlatıcı

c) $a = \underbrace{-}_{\text{yavaşlama}}\dfrac{F}{m}$ $\qquad \dfrac{dv}{dt} = a = \dfrac{B_0^2\ell^2}{Rm}v \Rightarrow$

$$\int\frac{dv}{v} = \frac{B_0^2\ell^2}{mR}\int dt$$

$$\ln v\Big|_v^{v_0} = \frac{B_0^2\ell^2}{mR}t$$

$$\ln v_0 - \ln v = \underbrace{\frac{B_0^2\ell^2}{mR}}_{C}t$$

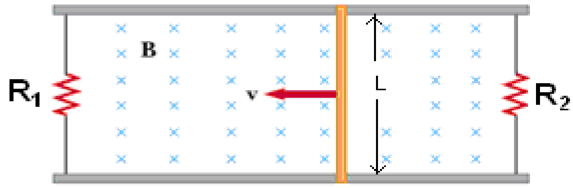
$$v = v_0\,e^{-Ct}$$

5) Şekil 5'de görüldüğü gibi L uzunluklu iletken bir çubuk iki paralel iletken çubuk üzerinde serbestçe kayabilmektedir. R_1 ve R_2 dirençleri bir halka oluşturacak bicimde rayların zıt uçlarına bağlanmıştır. B sabit bir manyetik alan sayfa düzlemine dik içe doğru uygulanmıştır. Dış bir etken, çubuğu sabit bir v hızı ile sola doğru çekiyor,

a) dirençlerden geçen akımı,

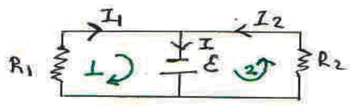
b) devrenin direncinde sağlanan toplam gücü

c) hızın büyüklüğünü koruyabilmesi için çubuğa uygulanması gereken dış kuvvetin büyüklüğünü bulun.



Şekil 5

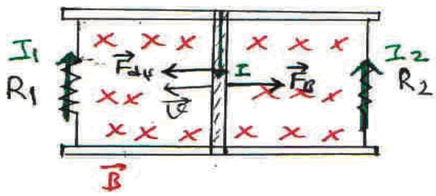
a) $$\mathcal{E} = -\frac{d\phi_B}{dt} = -BL\vartheta$$



1) $\mathcal{E} - I_1 R_1 = 0$

2) $\mathcal{E} - I_2 R_2 = 0$

$$\left.\begin{aligned} I_1 &= \frac{|\mathcal{E}|}{R_1} = \frac{BL\vartheta}{R_1} \\ I_2 &= \frac{|\mathcal{E}|}{R_2} = \frac{BL\vartheta}{R_2} \end{aligned}\right\}$$



b- $$P_R = I_1|\mathcal{E}| + I_2|\mathcal{E}| = \frac{\mathcal{E}^2}{R_{eş}}$$

$$= (I_1 + I_2)|\mathcal{E}| = \mathcal{E}^2\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\boxed{P_R = B^2 L^2 \vartheta^2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)}$$

c- $$I = I_1 + I_2 \quad ; \quad \vec{F}_B = I\,\vec{L} \times \vec{B}$$

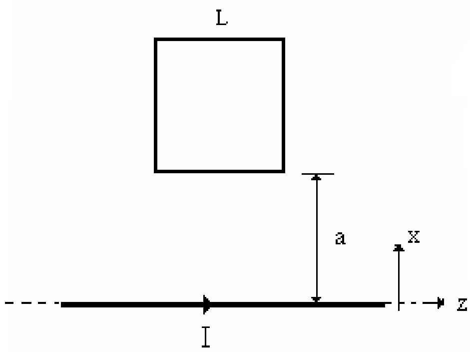
$$F_B = ILB = |\mathcal{E}|LB\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\boxed{F_B = B^2 L^2 \vartheta \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)}$$ yönü sağa doğru

O zaman hızın sabit olabilmesi için ters yönde bir kuvvet: $\vec{\vartheta}$ sabit olduğundan

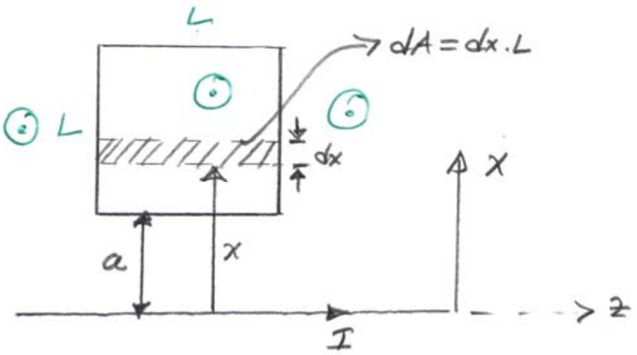
$$\vec{F}_B + \vec{F}_{dış} = 0 \rightarrow \boxed{\vec{F}_{dış} = -\vec{F}_B}$$

6) Şekil 6'da görülen I akımı taşıyan sonsuz uzun doğrusal bir telin yakınında bir kenarı L olan kare çerçeve bulunmaktadır.
a) Çerçeve içinden geçen manyetik akıyı,
b) Çerçeve tele dik olarak $\vec{v}$ hızıyla uzaklaştığında emk'yı,
c) Çerçeve tele paralel sağa doğru $\vec{v}$ hızıyla çekilirse emk'yı bulunuz.



Ş
Şekil 6

a)



$$\phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} \hat{j}$$

$$d\vec{A} = L\,dx\,\hat{j}$$

$$\phi = \frac{\mu_0 I L}{2\pi} \int_a^{a+L} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 I L}{2\pi} \ln\left(\frac{a+L}{a}\right) = \frac{\mu_0 I L}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{L}{a}\right)$$

b) çerçeve $\vec{v} = v\hat{i}$ ile ilerlerken $a \neq sbt$; $a = x$ olacaktır.

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} \qquad \phi = \frac{\mu_0 I L}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{L}{x}\right) \text{ olur.}$$

$$\varepsilon = -\frac{\mu_0 I L}{2\pi} \frac{d}{dt}\left(\ln\left(1 + \frac{L}{x}\right)\right)$$

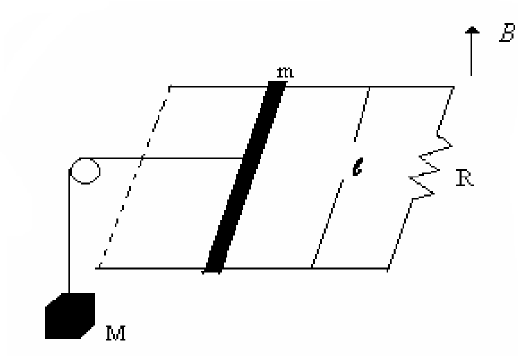
$$\frac{d\ln\left(1+\frac{L}{x}\right)}{dt} = \frac{d\ln\left(1+\frac{L}{x}\right)}{dx} \cdot \underbrace{\frac{dx}{dt}}_{V} = \frac{-\frac{L}{x^2}}{\frac{x+L}{x}} \cdot V = -\frac{L.V}{x(x+L)}$$

$$\varepsilon = -\frac{\mu_0 I L}{2\pi}\left(-\frac{LV}{x(x+L)}\right) = \frac{\mu_0 I L^2 V}{2\pi x (x+L)} \text{ olur.}$$

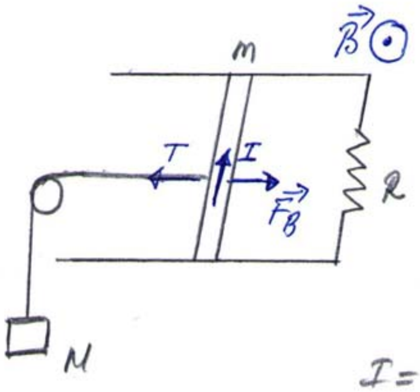
Lenz yasasına göre
I saat ibresinin tersi yönünde akar.

c) $\vec{V} = v\hat{k}$ $\quad \phi \rightarrow$ değişmez, $\quad \varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = 0$ olur.

7) Şekil 7'de görüldüğü gibi m kütleli çubuk ideal bir makaradan geçen kütlesi ihmal edilen bir iple serbestçe asılı bir M kütlesi tarafından yatay olarak paralel raylar boyunca çekilmektedir. Rayların bir tarafında uçlar arasına R direnci bağlanmıştır. Düzgün olan manyetik alanın değeri B ve raylar arası mesafe *l'* dir. Çubuğun yatay hızını veren ifadeyi bulunuz.



Şekil 7



M kütlesi için;

$$\Sigma F = Mg - T = Ma \quad (1)$$

m kütlesi için

$$\Sigma F = T - I\ell B = ma \quad (2)$$

$$I = \frac{B\ell v}{R} \quad (3)$$

$$Mg - Ma - \frac{B\ell v}{R}\ell B = ma$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \underbrace{\frac{Mg}{M+m}}_{c} - \underbrace{\frac{B^2\ell^2}{R(M+m)}}_{h} v \Rightarrow a = \frac{dv}{dt} = c - hv$$

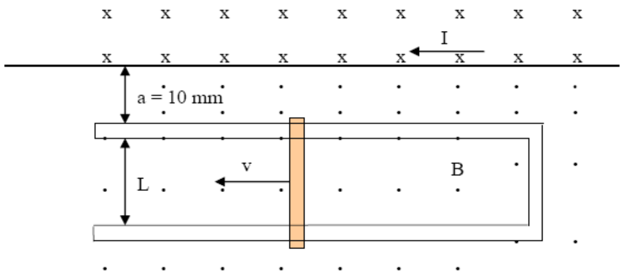
$$\int_0^v \frac{dv}{c-hv} = \int_0^t dt \qquad u = c - hv \quad du = -h\,dv$$

$$= \int -\frac{du}{h.u} = -\frac{1}{h}\ln u = -\frac{1}{h}\ln(c-hv)\Big|_0^v = t$$

$$-ht = \ln\left(\frac{c-hv}{c}\right) \qquad 1 - \frac{hv}{c} = e^{-ht} \qquad 1 - e^{-ht} = \frac{hv}{c}$$

$$v = \frac{c}{h}(1 - e^{-ht}) = \frac{MgR}{B^2\ell^2}\left(1 - e^{-\frac{B^2\ell^2 t}{R(M+m)}}\right)$$

8) Sekil 8'de görüldüğü gibi, uzunluğu L = 10 cm olan iletken bir çubuk, yatay bir ray sistemi üzerinde sabit bir v = 5,0 m/s hızı ile hareket ettirilmektedir. Çubuğun hareket ettiği bölgede etkin olan manyetik alan, düzgün olmayıp, raylara paralel olan uzun bir iletken telden gecen I = 100 A akımı ile elde edilmektedir.



Şekil 8

a) Çubukta oluşan indüksiyon emk'sını hesaplayınız.

b) Çubuğun direnci R = 0,40 Ω ise iletken devreden geçen indüksiyon akımının şiddetini bulunuz (rayların direncini ihmal ediniz).

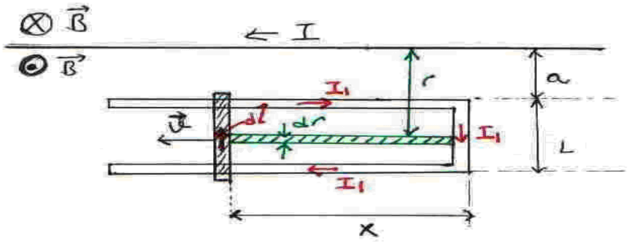
c) Çubukta birim zamanda oluşan ısı enerjisi miktarını ve

d) Çubuğun hareketine aynen devam etmesi için kendisine etkimesi gereken dış kuvveti bulunuz.

e) Dış kuvvetin çubuk üzerinde yaptığı isin zamana göre değişimi nedir?

a)

$dA = x\,dr$



Sonsuz uzun doğrusal akım taşıyan telin oluşturduğu manyetik alan

$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

↓

çubuk-ray sisteminin düzlemine dışarı doğru ⊙

$$\phi_B = \int \vec{B}\cdot d\vec{A} = \int B\,dA = \frac{\mu_0 I x}{2\pi}\int_a^{a+L}\frac{dr}{r}$$

$$\boxed{\phi_B = \frac{\mu_0 I x}{2\pi}\ln\left(\frac{a+L}{a}\right)}$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi_B}{dt} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln\left(\frac{a+L}{a}\right)\frac{dx}{dt} \rightarrow v$$

$$\mathcal{E} = -\frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 100\cdot 5}{2\pi}\ln\left(\frac{1{,}0+10}{1{,}0}\right) = \underline{-0{,}24\ mV}$$

b- $$I_{ind.} = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{0{,}24\cdot 10^{-3}}{0{,}40} = \boxed{0{,}60\ mA}$$

c- $$P_{ısı} = I_{ind}^2 R = (6\cdot 10^{-4})^2\cdot 0{,}40 = 0{,}14\ \mu W$$

d- $$\int d\vec{F}_B = \int I_{ind}\, d\vec{l}\times\vec{B} \rightarrow \vec{F}_B = \int I_{ind}\, d\vec{l}\times\vec{B}$$ (yönü sağa doğru)

$$F_B = \int_{L+a}^{a} I_{ind}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\,dl \Rightarrow dl = -dr$$ olduğuna göre

$$= -\frac{\mu_0 I I_{ind}}{2\pi}\int_{L+a}^{a}\frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I I_{ind}}{2\pi}\int_a^{L+a}\frac{dr}{r}$$

$$\boxed{F_B = \frac{\mu_0 \, I_{ind} \cdot I}{2\pi} \ln\left(\frac{L+a}{a}\right)}$$

$\vec{F}_{dış} + \vec{F}_B = 0 \Rightarrow \vec{F}_{dış} = -\vec{F}_B$ yönü ($\vec{v}$) hız yönündedir.

$$\boxed{F_{dış} = 2,88 \cdot 10^{-8} \ N}$$

e- Dış kuvvetin sağladığı güç

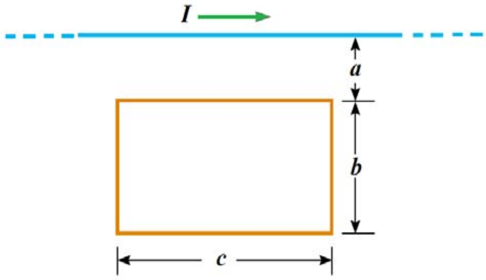
$$P = \vec{F}_{dış} \cdot \vec{v}$$

$$\boxed{P = 2,88 \cdot 10^{-8} \cdot 5 = 1,44 \cdot 10^{-7} \ W}$$

9) Şekil 9'da görülen sonsuz uzun telden akımı geçmektedir. $I = \alpha t^2 + \beta t$ akımı geçmektedir.

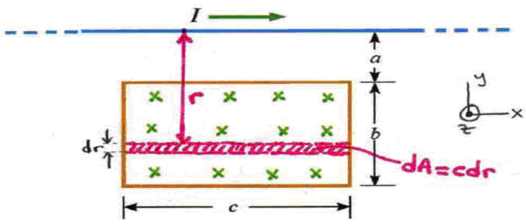
a) Tele paralel olarak yerleştirilen dikdörtgen biçimindeki ilmekten geçen manyetik akıyı bulunuz.

b) İlmekte oluşan indüksiyon elektromotor kuvvetini hesaplayınız.



Şekil 9

a) Ampère Kanunu



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

$$B \cdot (2\pi r) = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} (-\hat{k})$$

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int B \, dA \cos 0^\circ$$

$$\Phi_B = \int_a^{a+b} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} (c\,dr) = \frac{\mu_0 I c}{2\pi} \int_a^{a+b} \frac{dr}{r}$$

$$\Phi_B = \frac{\mu_0 I c}{2\pi} \Big[\ln r \Big]_a^{a+b} = \frac{\mu_0 I c}{2\pi} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right)$$

$$\boxed{\Phi_B = \frac{\mu_0 I c}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{b}{a}\right)}$$

b) Faraday İndüksiyon Kanunu

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

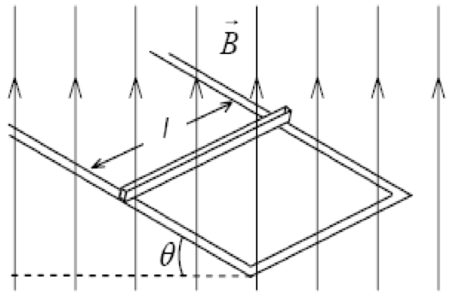
$$I = \alpha t^2 + \beta t$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt}\left[\frac{\mu_0 I c}{2\pi} \ln\left(1+\frac{b}{a}\right)\right] = -\frac{\mu_0 c}{2\pi} \ln\left(1+\frac{b}{a}\right) \frac{dI}{dt}$$

$$\mathcal{E} = -\frac{\mu_0 c}{2\pi} \ln\left(1+\frac{b}{a}\right) \frac{d}{dt}(\alpha t^2 + \beta t)$$

$$\boxed{\mathcal{E} = -\frac{\mu_0 c}{2\pi} \ln\left(1+\frac{b}{a}\right)(2\alpha t + \beta)}$$

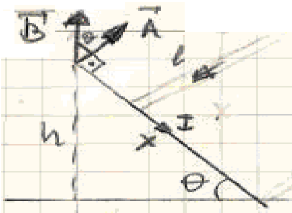
10) Şekil 10'da gösterildiği gibi, uzunluğu *l*, kütlesi *m* ve direnci *R* olan bir çubuk, sürtünmesiz olarak direnci ihmal edilebilir iletken bir çift ray üzerinde aşağıya doğru kaymaktadır. Rayların alt iki ucu, çubuk ile birlikte bir devre oluşturacak şekilde birleştirilmiştir. Rayların belirlediği düzlem yatayla θ açısı yapmaktadır. Devrenin içinde bulunduğu bölgede, düşey doğrultuda ve yukarıya doğru yönelmiş düzgün bir B manyetik alanı etkindir.



a) Çubuğun hızının büyüklüğünün $\upsilon = \dfrac{mgr\sin\theta}{B^2 l^2 \cos^2\theta}$ ile verilen limit değere ulaşacağını gösteriniz.

Şekil 10

b) Çubukta birim zamanda oluşan ısı enerjisi miktarının, yerçekim alanında birim zamanda kaybetmekte olduğu potansiyel enerji miktarına eşit olduğunu gösteriniz.



$$\Phi_B = \vec{B}\cdot\vec{A} = BA\cos\theta = B\,l x\cos\theta$$

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d}{dt}\left(B\,l x\cos\theta\right)$$

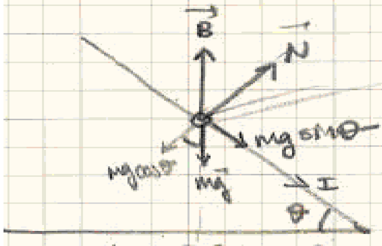
$$\frac{dx}{dt} = v$$

$$= -B\,l\,v\cos\theta \Rightarrow$$

$$\mathcal{E} = IR \qquad I = \frac{B\,l\,v\cos\theta}{R} \quad (1)$$

limit hız $v \to$ sbt

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = 0$$



$$F_B = I l B\cancel{\sin\theta} = I l B$$

$$mg\sin\theta = -F_B\cos\theta = 0$$

$$mg\sin\theta = -I l B\cos\theta = 0 \quad (2)$$

(1) → (2)

$$mg\sin\theta = +\frac{B l v}{R}\, l B\cos^2\theta$$

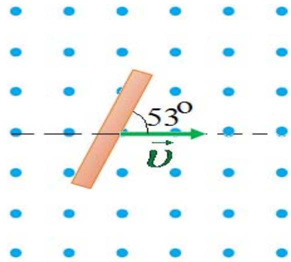
$$v = \frac{mgR\sin\theta}{B^2 l^2\cos^2\theta}$$

$$P = \overset{\text{azalma}}{-}\frac{d}{dt}(mgh) \qquad h = x\sin\theta$$

$$= -\frac{d}{dt}\,x mg\sin\theta \Rightarrow P = -v\,mg\sin\theta$$

$$P = I^2 R = -\left(\frac{mg}{Bl}\right)^2 R\,\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}$$

11) Boyu 70 cm olan metal bir çubuk, hareket doğrultusu ile 53° 'lik açı yaparak Şekil 11'deki gibi sağa doğru 5 m/s hızla hareket etmektedir. Çubuk, hareketinin tanımlandığı düzleme dik ve büyüklüğü 5 mT olan bir manyetik alanın etkisinde kalıyor. Çubuğun iki ucu arasında oluşan potansiyel farkı kaç V olur?

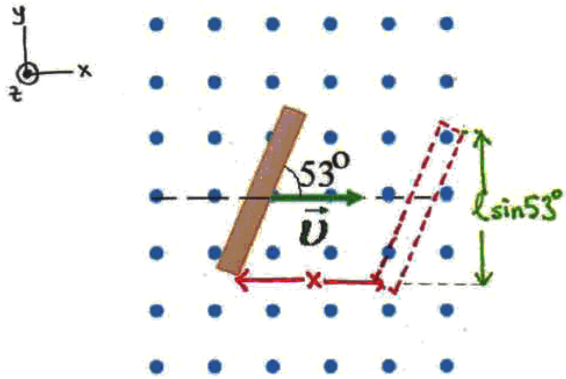


Şekil 11

$\ell = 70\ cm = 0{,}7\ m$

$v = 5\ m/s$

$B = 5\ mT = 5.10^{-3}\ T$



Çubuk x kadar yol aldığında,
çubuğun taradığı alan;

$$A = x.\ell \sin 53° = x.0{,}7.\sin 53°$$

$$A = 0{,}56.x\ (m^2)$$

$$\Phi_B = \vec{B}.\vec{A} = BA\cos 0°$$

$$\Phi_B = 5.10^{-3}.0{,}56x$$

$$\Phi_B = 2{,}8.10^{-3}x\ (wb)$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt}(2{,}8.10^{-3}x) = -2{,}8.10^{-3}\frac{dx}{dt} = -2{,}8.10^{-3}.v$$

$$\mathcal{E} = -2{,}8.10^{-3}.5$$

$$\mathcal{E} = -14.10^{-3}\ (V)$$

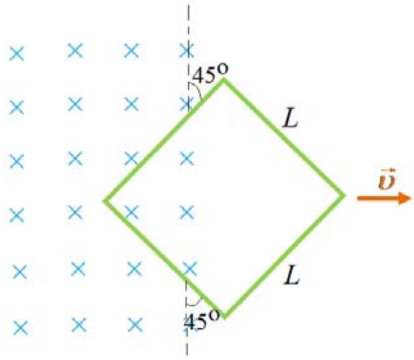
$$\boxed{\mathcal{E} = -14\ (mV)}$$

12) Kenar uzunluğu L olan kare biçimindeki bir ilmek, sabit $\vec{B}$ manyetik alanına dik olarak yerleştirilmiştir (Şekil 12).t=0 anında ilmeğin yarısı manyetik alan içinde, diğer yarısı dışında bulunmaktadır. İlmek, bir dış kuvvetin etkisi altında sabit $\vec{v}$ hızı ile hareket etmeye başlıyor.

a) İndüksiyon akımının yönünü belirleyiniz.

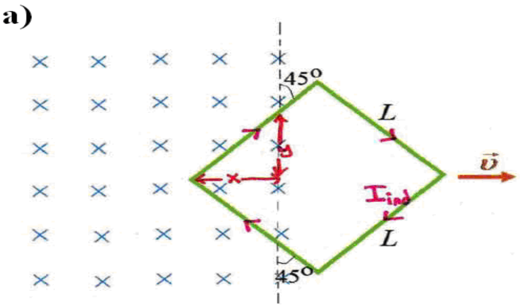
b) İndüksiyon elektromotor kuvvetini ve indüksiyon akımını, zamanın fonksiyonu olarak bulunuz (t anındaki direnci R olarak alınız).

c) Dış kuvvetin sağladığı gücü zamanın fonksiyonu olarak bulunuz.



Şekil 12

a)



Lenz Kanunu'na göre;

İndüksiyon elektromotor kuvvetinin yönü, ilmekten geçen manyetik akı değişimine karşı koyacak şekilde manyetik akı oluşturan akım yönündedir.

Şekildeki ilmek için, manyetik akı zamanla azaldığından, indüksiyon akımı (I_i), manyetik akıyı arttıracak yönde; saat yönünde olmalıdır.

b)

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\Phi_B = \vec{B}.\vec{A} = BA\cos 0^\circ$$

$$\Phi_B = Bx^2 \qquad (t=0\text{'da } y=x)$$

$$\varepsilon = -\frac{d}{dt}(Bx^2) = -B\,2x\underbrace{\frac{dx}{dt}}_{-v}$$

(x uzunluğu, zamanla azaldığı için)

$$\varepsilon = 2B\underbrace{x}_{x=v.t}v$$

$$\boxed{\varepsilon = 2Bv^2t}$$

$$I = \frac{|\varepsilon|}{R}$$

$$\boxed{I = \frac{2Bv^2t}{R}}$$

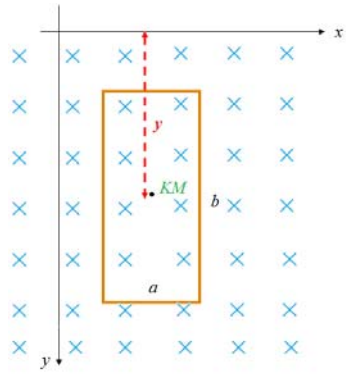
c)

$$P = I^2R$$

$$P = \left(\frac{2Bv^2t}{R}\right)^2 . R$$

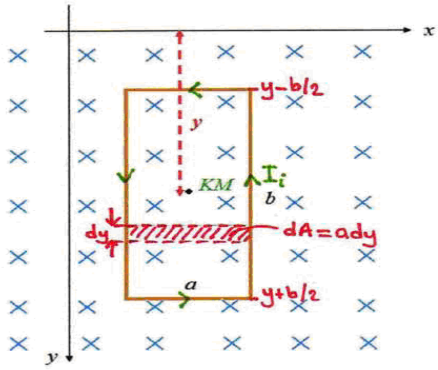
$$\boxed{P = \frac{4B^2v^4t^2}{R}}$$

13) Kenar uzunlukları a ve b olan dikdörtgen şeklindeki ilmek, ifadesiyle verilen değişken bir $B=B_0y$ manyetik alan içinde serbest düşmeye bırakılıyor (Şekil 13). İlmeğin kütlesi m ve direnci R'dir.
a) İlmekte indüklenen akımın yönünü bulunuz.
b) İlmekte indüklenen akımı, a, b, R, B_0 ve ilmeğin hızı cinsinden bulunuz.
c) Serbest bırakıldıktan bir süre sonra ilmek kararlı bir hıza ulaştığına göre, bu hızı verilenler cinsinden bulunuz. (İlmeğin kütle merkezinin koordinatı *y*'dir.)



Ş
Şekil 13

a)



B = B₀y ifadesine göre, ilmek düştükçe (y değeri arttıkça), manyetik alanın değeri ve dolayısıyla manyetik akı artacaktır.
Lenz Kanunu'na göre, indüklenen akım, manyetik akıyı azaltacak yönde; yani saat yönünün tersinde olmalıdır.

b)

$$\Phi_B = \int \vec{B}\cdot d\vec{A} = \int B\,dA\cos 0^\circ$$

$$\Phi_B = \int_{y-b/2}^{y+b/2} B_0 y\cdot(a\,dy) = B_0 a\left[\frac{y^2}{2}\right]_{y-b/2}^{y+b/2}$$

$$\Phi_B = B_0 y a b$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

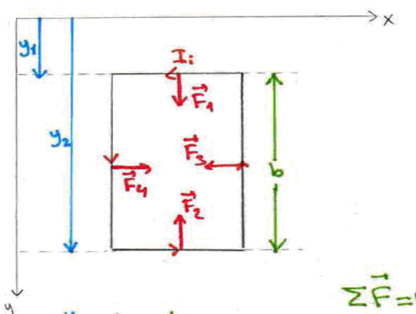
$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt}(B_0 y a b) = -B_0 ab\underbrace{\frac{dy}{dt}}_{v}$$

$$\mathcal{E} = -B_0 ab v$$

$$I = \frac{|\mathcal{E}|}{R}$$

$$\boxed{I = \frac{B_0 ab v}{R}}$$

c)



$y_2 - y_1 = b$

Kararlı hıza ulaştığında; $\Sigma\vec{F} = 0$

$$\vec{F}_1 = I\,\vec{\ell}_1 \times \vec{B}_1 = I a B_0 y_1 (\hat{j})$$

$$\vec{F}_2 = I\,\vec{\ell}_2 \times \vec{B}_2 = I a B_0 y_2 (-\hat{j})$$

$$\vec{F}_3 = -\vec{F}_4$$

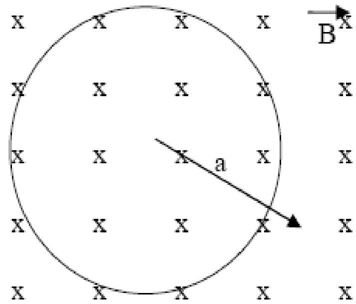
$$\vec{F}_B = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = I a B_0 (y_2 - y_1)(-\hat{j}) = I ab B_0 (-\hat{j})$$

$$\vec{F}_G = mg\hat{j}$$

$$\Sigma\vec{F} = 0\ ;\ |\vec{F}_B| = |\vec{F}_G|$$

$$\frac{B_0 ab v}{R} \leftarrow I ab B_0 = mg \quad ; \quad \boxed{v = \frac{mgR}{a^2 b^2 B_0^2}}$$

14) Şekil 14'de a yarıçaplı çembersel bir kablo düzgün bir **B** manyetik alanına yerleştirilmiştir. Manyetik alan zamana bağlı olarak $B(t) = B_0 + bt$ değişmektedir. Burada B_0 ve b pozitif sabitlerdir.
a) t = 0 anında çemberde oluşan manyetik akıyı hesaplayınız.
b) Çemberde oluşan indüksiyon emk'yı hesaplayınız,
c) oluşan indüksiyon akımının büyüklüğü nedir ve eğer çemberin toplam direnç R ise akımın yönü nedir?
d) Çember üzerinde direnç tarafından harcanan güç nedir?



Şekil 14

a) $\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$

$t = 0$ için $\rightarrow$ $B(t) = B_0$

$\phi_B = B \cdot A \cdot \cos 0^\circ$

$$\boxed{\phi_B = \pi B_0 a^2}$$

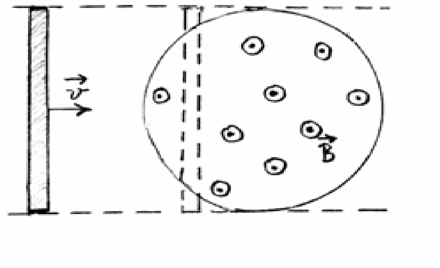
b) $\mathcal{E} = -\frac{d\phi_B}{dt} = -A\frac{dB}{dt} = -\pi a^2 \frac{d}{dt}(B_0 + bt)$

$$\boxed{\mathcal{E} = -\pi b a^2}$$

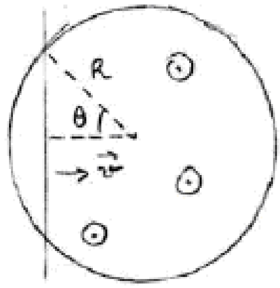
c) $I = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{\pi b a^2}{R}$ $\Rightarrow$ akımın yönü, saat ibrelerinin tersi yöndedir.

d) $P_R = I^2 R = \left(\frac{\pi b a^2}{R}\right)^2 R = \frac{(\pi b a^2)^2}{R}$

15) Boyu L olan bir çubuk, bir mıknatısın daire kesitli kutuplarının oluşturduğu düzgün manyetik alanın içine dik olarak sabit bir v hızı ile giriyor. Çubuğun boyu ve manyetik alanın etkin olduğu daire şeklindeki kesitin yarıçapı arasında L=2R bağıntısı vardır. Çubuk üzerinde oluşan indüksiyon emk'ni zamanın fonksiyonu olarak bulunuz.



Şekil 15

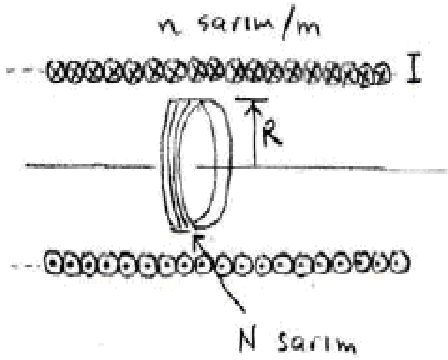


Çubuğun manyetik alana girdiği anı $t=0$ alalım. Çubuk alan içinde $x=vt$ kadar ilerlediğinde, çubuğun alan içinde kalan boyu, $2R\sin\theta$ olur. Hareketten kaynaklanan emk;

$$\varepsilon = -BLv = -Bv2R\sin\theta$$

$$= -Bv2R\left[\frac{2vt}{R} - \frac{v^2t^2}{R^2}\right] = -2Bv\left(2Rvt - v^2t^2\right)^{1/2}$$

16) Uzun bir solenoid metre başına n tane sarıma sahip olup, $I = I_0(1-e^{-\alpha t})$ akımı taşımaktadır. Bu solenoidin içinde ve bununla aynı eksene sahip, ince telden sarılmış N sarımlı ve R yarıçaplı bir bobin vardır. Akımı değiştirerek bobinde indüklenen emk ne olacaktır?



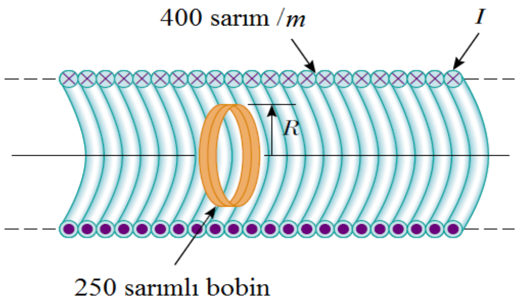
$$B = \mu_0 n I = \mu_0 n I_{maks}(1-e^{-\alpha t})$$

$$\Phi_B = \int B\,dA = \mu_0 n I_{maks}(1-e^{-\alpha t})\int dA$$

$$= \mu_0 n I_{maks}(1-e^{-\alpha t})\pi R^2$$

$$\varepsilon = -N\frac{d\Phi_B}{dt} = -N\mu_0 n I_{maks}\pi R^2 \alpha e^{-\alpha t}$$ (saatin tersi yönde)

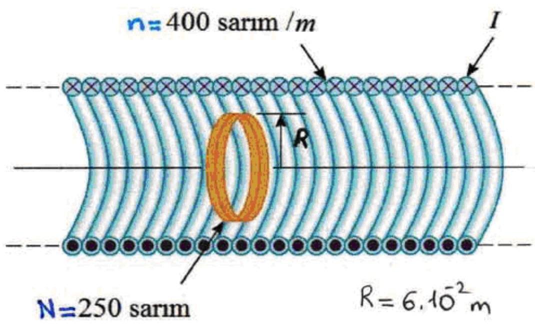
17) Uzun bir solenoid metre başına 400 tane sarıma sahip olup, $I=30(1-e^{-1.6t})$ (A) akımı taşımaktadır. Bu solenoidin içinde ve onunla aynı eksene sahip, 250 sarımlı ve 6 cm yarıçaplı bir bobin bulunmaktadır (Şekil 16). Bobinde indüklenen elektromotor kuvvetini hesaplayınız ($\mu_0=4\pi x 10^{-7}$ Wb/A.m).



Şekil 16

Solenoidin ekseni boyunca manyetik alanı :

$$B=\mu_0 n I$$



$$B= 4\pi.10^{-7}.400.30.(1-e^{-1,6t})$$

$$B = 1,5.10^{-2}(1-e^{-1,6t}) \quad (T)$$

$$\Phi_B = \int \vec{B}.d\vec{A} = \int B dA \cos 0^\circ$$

$$\Phi_B = \int_0^R 1,5.10^{-2}(1-e^{-1,6t})(2\pi r dr)$$

$$\Phi_B = 1,5.10^{-2}(1-e^{-1,6t}).2\pi \int_0^{6.10^{-2}} r dr = 1,5.10^{-2}.(1-e^{-1,6t})2\pi\left[\frac{r^2}{2}\right]_0^{6.10^{-2}}$$

$$\Phi_B = 1,7.10^{-4}(1-e^{-1,6t}) \quad (Wb)$$ (Bobinden geçen manyetik akı)

Solenoidin akımı zamanla değiştiğinden, bobinde indüklenen emk ;

$$\mathcal{E} = -N\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\mathcal{E} = -250.\frac{d}{dt}\left[1,7.10^{-4}(1-e^{-1,6t})\right]$$

$$\mathcal{E} = -250.1,7.10^{-4}.1,6.e^{-1,6t}$$

$$\mathcal{E} = -6,8.10^{-2}.e^{-1,6t} \quad (V)$$

$$\boxed{\mathcal{E} = -68.e^{-1,6t} \quad (mV)}$$

18) Düzgün bir $\vec{B}$ manyetik alanının büyüklüğü, sabit $\frac{dB}{dt}$ hızı ile değişiyor. m kütleli bir bakır, r_1 yarıçaplı bir tel haline dönüştürüldükten sonra r_2 yarı çaplı bir dairesel halka oluşturuluyor. Halkadaki indüksiyon akımının, telin ya da halkanın boyutlarına bağlı olmadığı ve $\vec{B}$'nin halkaya dik olduğunu varsayarak, $I = \frac{m}{4\pi\rho d}\frac{dB}{dt}$ ile verildiğini gösteriniz. Burada ρ bakırın özdirenci ve d yoğunluğudur.

İndüksiyon akımının büyüklüğü,

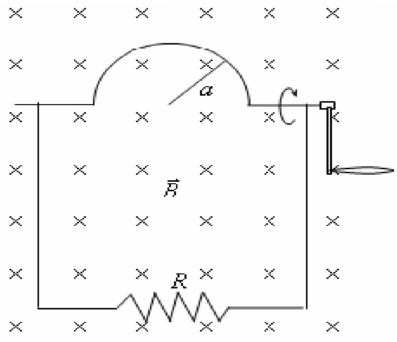
$$I = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{d\Phi_B/dt}{R} = \frac{(\pi r_2^2)}{R}\frac{dB}{dt} = \frac{(\pi r_2^2)}{\rho\left(\frac{2\pi r_2}{\pi r_1^2}\right)}\frac{dB}{dt}$$

$$= \frac{\pi r_2 r_1^2}{2\rho} \cdot \frac{dB}{dt}$$

Halkanın kütlesi, $m = (2\pi r_2)(\pi r_1^2) \cdot d$ dir. Buradan

$$I = \frac{m}{4\pi \rho \cdot d}\frac{dB}{dt}$$ bulunur.

19) Sert bir telden yapılmış ve yarıçapı a olan yarım çember şeklinde bükülmüş bir devre Şekil 17'de gösterildiği gibi düzgün bir manyetik alan içinde f frekansı ile döndürülmektedir. Devrede oluşan indüksiyon emk'sını zamanın fonksiyonu olarak yazınız.



Şekil 17

$$\Phi_B = \vec{B}\cdot\vec{A} = BA\cos\theta$$

$$\theta = \omega t \qquad \Phi_B = BA\cos(\omega t)$$

$$A = \frac{\pi a^2}{2}$$

$$\Phi_B = B\,\frac{\pi a^2}{2}\cos(\omega t)$$

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(B\,\frac{\pi a^2}{2}\cos(\omega t)\right)$$

$$= B\,\frac{\pi a^2}{2}\,\omega\,\sin(\omega t) \qquad \omega = 2\pi f$$

$$\mathcal{E}_i = B\,\pi^2 a^2 f\,\sin(2\pi f\,t)$$

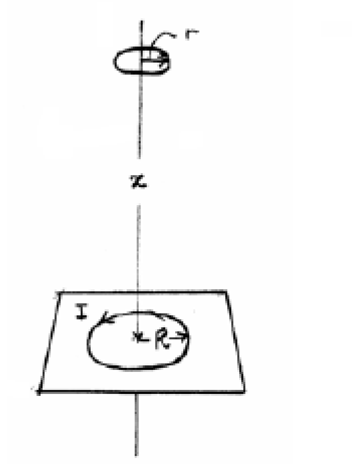
$$\mathcal{E}_i = B\,\pi^2 a^2 f\,\sin(\omega t)$$

20) Şekil 18, aynı eksen üzerinde bulunan çember biçiminde iki devreyi gösterir. Daha küçük devre büyük devrenin üst kısmında ve ondan x kadar uzakta bulunmaktadır. x, büyük devrenin R yarıçapına kıyasla büyüktür. Bu nedenle büyük devreden geçen I akımı, daha küçük devreyle sınırlanmış πr^2 alanından geçen hemen hemen sabit bir manyetik alan oluşturur. x, sabit $\dfrac{dx}{dt} = v$ (x artıyor) hızı ile değişirse,

a) daha küçük devreden geçen manyetik akıyı x'in fonksiyonu olarak bulunuz.

b) Daha küçük devrede oluşan emk yı hesap ediniz.

c) Daha küçük devreden geçen indiksüyon akımının yönünü bulunuz.



Şekil 18

a) $B(x) = \dfrac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$ $\qquad \phi_B = \int \vec{B}\cdot d\vec{A} = \dfrac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}(\pi r^2)$

$x \gg R$ ise $\quad \phi_B = \dfrac{\mu_0 I R^2 \pi r^2}{2x^3}$ olur.

b) $\mathcal{E} = -\dfrac{d\phi_B}{dt} = -\dfrac{d\phi_B}{dx}\dfrac{dx}{dt} = -\dfrac{d\phi_B}{dx}\cdot v = \dfrac{3\mu_0 I R^2 \pi r^2}{2x^4}\cdot v$

c) indüksiyon akımı, saat ibrelerinin tersi yönündedir.

21) 1000 sarım/m'lik 2cm yarıçaplı uzun bir solenoid, I = (5A)sin(100πt) denklemi ile verilen alternatif bir akım taşımaktadır.
a) Solenoidin ekseninden itibaren r=1cm uzaklıktaki bir noktada indüklenen elektrik alanı nedir?
b) Bobindeki akım saat ibrelerinin tersi yönünde arttığı zaman, bu elektrik alanının yönü ne olur?

a) Solenoidin manyetik alanı $B = \mu_0 n I$

$I = 5A \sin(100\pi t)$ $\quad B = \mu_0\, 1000\, 5 \sin(100\pi t)$

Faraday indüksiyon yasası $\mathcal{E} = -\frac{d\phi_B}{dt}$

İndüksiyon emk aynı zamanda $\mathcal{E} = \oint_{\text{kapalı yol}} \vec{E}\cdot d\vec{s}$

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

$$2\pi r E = -(\pi r^2)\frac{dB}{dt} \qquad E = -\frac{r}{2}\frac{dB}{dt}$$

$$E = -\frac{2.10^{-2}}{2}\left(4\pi.10^{-7}\,10^{5}\pi.5\cos(100\pi t)\right)$$

$$E = (197{,}19 \times 10^{-4})\cos(100\pi t)\ (V/m)$$

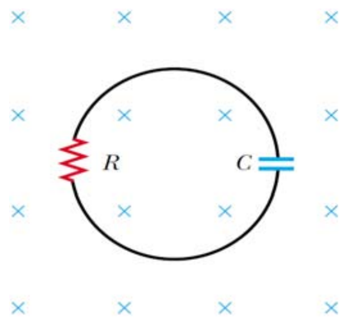
b) Elektrik alan daima artan $\vec{B}$'ye ters yöndedir. manyetik alandaki değişimi azaltacak yöndedir.
Akım saat ibresinin tersi yönünde artarken indüklenmiş elektrik alanın yönü saat ibresi yönünde olmalıdır.

22) Şekil 19'daki düzgün manyetik alan K pozitif bir sabit olmak üzere, $\frac{dB}{dt} = -K$ sabit hızıyla azalmaktadır. R direnci ve C sığasına sahip a yarıçaplı dairesel halka, alana dik olacak biçimde yerleştirilmiştir.

a) Kondansatör tam dolduğunda yükünü bulunuz.

b)Kondansatörün plakalarının yüklerini açıklayarak belirleyiniz.

c) r=a/2 durumunda indüklenen elektrik alanı hesaplayınız



Şekil 19

a) Lenz Kanunu'na göre, indüklenen akım, manyetik akıyı arttıracak yönde; yani saat yönünde olmalıdır.

$$\Phi_B = \vec{B}.\vec{A} = BA\cos 0°$$

$$\Phi_B = BA$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt}(BA) = -A\underbrace{\frac{dB}{dt}}_{-K} \cdot -(\pi a^2).(-K)$$

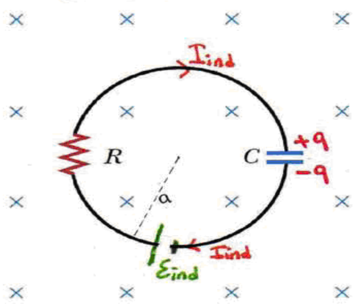
$$\mathcal{E} = \pi a^2 K$$

Kondansatör tam dolduğunda;

$$Q_{max} = C\mathcal{E}$$

$$\boxed{Q_{max} = C\pi a^2 K}$$

b)



Kondansatörün plakalarının yükünü, indüksiyon akımının yönü belirler. Akımın yönü, pozitif yüklerin hareket yönü olarak kabul edildiğinden, plakaların yükü şekildeki gibi olur.

c)

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\oint \vec{E}.d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$E.(2\pi r) = -\frac{d}{dt}(B.A)$$

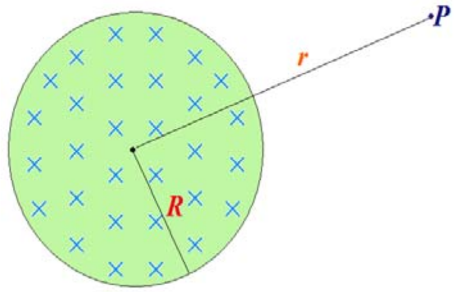
$$E.(2\pi r) = -A\frac{dB}{dt}$$

$$E.(2\cancel{\pi}\cancel{r}) = -(\cancel{\pi} r^{\cancel{2}}).(-K)$$

$r = \frac{a}{2}$; $2E = \frac{a}{2}.K$

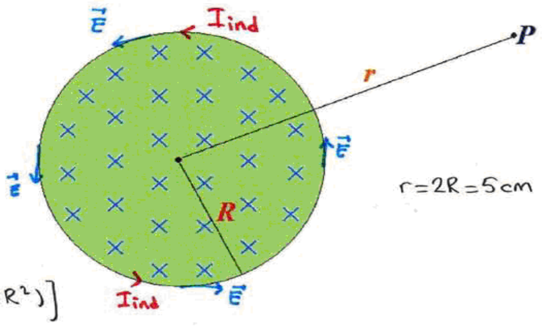
$$\boxed{E = \frac{a}{4}K}$$

23) Şekilde 20'de tanımlanan durum için, manyetik alan $B = (2t^3 - 4t^2 + 1)$T şeklinde değişmekte olup, r=2R=5cm dir.
a) P'ye yerleşmiş olan elektrona t=2s olduğu anda etkiyen kuvvetin yönünü ve büyüklüğünü hesaplayınız.
b) Hangi anda bu kuvvet sıfıra eşittir?



Şekil 20

a) $\Phi_B = \vec{B}.\vec{A} = BA\cos 0°$



r=2R=5cm

$\Phi_B = (2t^3 - 4t^2 + 1)(\pi R^2)$

$$\oint \vec{E}.d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$E.(2\pi r) = -\frac{d}{dt}\left[(2t^3-4t^2+1)(\pi R^2)\right]$$

$$E.(2\cancel{\pi} r) = -(\cancel{\pi} R^2)(6t^2-8t)$$

$$E = -\frac{R^2}{2r}(6t^2-8t)$$

t=2s için: $E = -\frac{2{,}5.10^{-2}}{4}(6.2^2-8.2)$

$$E = -0{,}05 \ (V/m)$$

$F = -eE$

$F = (-1{,}6.10^{-19}).(-0{,}05)$

$\boxed{F = 8.10^{-21} \ (N)}$ (saat yönünde)

b) E=0 için F=0 olur.

$\frac{d\Phi_B}{dt} = 0$; $\frac{dB}{dt} = 0$

$$\frac{d}{dt}(2t^3-4t^2+1) = 0$$

$$6t^2 - 8t = 0$$

$$t = \frac{4}{3}$$

$$\boxed{t = 1{,}33 \ (s)}$$