

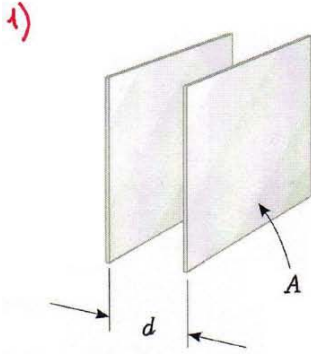
SİĞA ve DIELEKTİRİK

1) Yüzölçümleri 200 cm^2 , aralarındaki mesafe 0.4 cm olan ve birbirlerinden hava boşluğu ile ayrılan iki levha kullanılarak oluşturulmuş paralel levhali bir kondansatörün;

a) Sığasını hesaplayınız.

b) Kondansatör 500 V 'luk bir üretece bağlanırsa, kondansatörün yükünü, depolanan enerjiyi, levhalar arasındaki elektrik alan şiddetini ve enerji yoğunluğunu bulunuz.

c) Levhalar arası, hava boşluğunu dolduracak şekilde dielektrik sabiti $\kappa = 2.6$ olan bir sıvı ile doldurulursa, 500 V 'luk üreteçten kondansatöre ne kadar yük akacaktır? ($\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{N.m}^2$)



$$A = 200 \text{ cm}^2 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$d = 0.4 \text{ cm} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

a)

$$C_0 = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$C_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^{-3}}$$

$$C_0 = 4.4 \cdot 10^{-11} \text{ (F)}$$

$$C_0 = 44 \text{ (pF)}$$

b)

$$C_0 = \frac{Q_0}{\Delta V}$$

$$Q_0 = C_0 \cdot \Delta V$$

$$Q_0 = 4.4 \cdot 10^{-11} \cdot 500$$

$$Q_0 = 2.2 \cdot 10^{-8} \text{ (C)}$$

$$Q_0 = 22 \text{ (nC)}$$

$$E = \frac{\Delta V}{d}$$

$$E = \frac{500}{4 \cdot 10^{-3}}$$

$$E = 1.25 \cdot 10^5 \text{ (V/m)}$$

$$E = 125 \text{ (kV/m)}$$

$$U_0 = \frac{Q_0^2}{2C_0}$$

$$U_0 = \frac{(2.2 \cdot 10^{-8})^2}{2 \cdot 4.4 \cdot 10^{-11}}$$

$$U_0 = 5.5 \cdot 10^{-6} \text{ (J)}$$

veya

$$U_0 = \frac{1}{2} C_0 (\Delta V)^2$$

$$U_0 = \frac{1}{2} \cdot 4.4 \cdot 10^{-11} \cdot 500^2$$

$$U_0 = 5.5 \cdot 10^{-6} \text{ (J)}$$

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

$$u_E = \frac{1}{2} \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \cdot (1.25 \cdot 10^5)^2$$

$$u_E = 6.9 \cdot 10^{-12} \text{ (J/m}^3\text{)}$$

c)

$$C = \kappa C_0$$

$$C = 2.6 \cdot 4.4 \cdot 10^{-11}$$

$$C = 11.4 \cdot 10^{-11} \text{ (F)}$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

$$Q = C \cdot \Delta V$$

$$Q = 11.4 \cdot 10^{-11} \cdot 500$$

$$Q = 5.7 \cdot 10^{-11} \text{ (C)}$$

$$Q = 57 \text{ (nC)}$$

$$\Delta Q = Q - Q_0$$

$$\Delta Q = 57 - 22$$

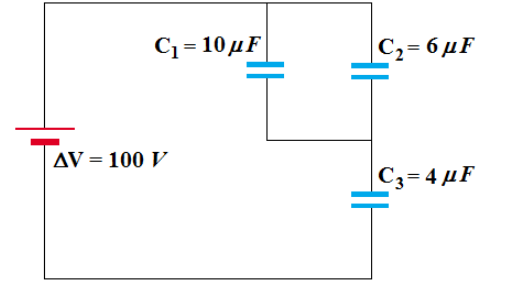
$$\Delta Q = 35 \text{ (nC)}$$

$$\Delta Q = 3.5 \cdot 10^{-8} \text{ (C)}$$

2) Şekil 1’de verilen kondansatör sisteminde;

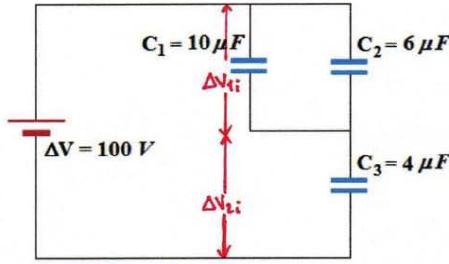
a) Biriken toplam enerjiyi bulunuz.

b) C_3 kondansatörünün üzerinde, kondansatörü iletkene dönüştürecek kadar yük boşalması gerçekleştiğinde, C_1 kondansatörünün yükünde ve potansiyel farkında ne kadarlık değişiklik olur?



Şekil 1

2)



a)

$$U = \frac{1}{2} C_{\text{es}} (\Delta V)^2$$

$$\frac{1}{C_{\text{es}}} = \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_1 + C_2}$$

$$\frac{1}{C_{\text{es}}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{10+6}$$

$$C_{\text{es}} = 3,2 (\mu\text{F})$$

$$U = \frac{1}{2} 3,2 \cdot 10^{-6} \cdot 100^2$$

$$U = 1,6 \cdot 10^{-2} (\text{J})$$

b) $Q = C_{\text{es}} \cdot \Delta V$

$$Q = 3,2 \cdot 10^{-6} \cdot 100$$

$$Q = 3,2 \cdot 10^{-4} (\text{C})$$

Seri bağlı kondansatörlerin üzerindeki yükler birbirine eşit olduğundan;

$$q_{1i} + q_{2i} = q_{3i} = Q$$

$$q_{1i} + q_{2i} = Q$$

$$C_1 \Delta V_{1i} + C_2 \Delta V_{1i} = Q$$

$$\Delta V_{1i} = \frac{Q}{C_1 + C_2}$$

$$\Delta V_{1i} = \frac{3,2 \cdot 10^{-4}}{10+6} ; \quad \Delta V_{1i} = 20 (\text{V})$$

$$q_{1i} = C_1 \Delta V_{1i}$$

$$q_{1i} = 10 \cdot 10^{-6} \cdot 20 ; \quad q_{1i} = 2 \cdot 10^{-4} (\text{C})$$

İletkene dönüştükten sonra,

C_3 kondansatörünün potansiyel farkı 0 olur.

Bu durumda, başlangıçta potansiyel farkı $\Delta V_{1i} = 20 (\text{V})$ olan C_1 kondansatörünün, C_3 kondansatörü iletkene dönüştükten sonraki potansiyel farkı $\Delta V_s = 100 (\text{V})$ olmuştur.

$$\Delta V_s - \Delta V_{1i} = 100 - 20 = 80 (\text{V})$$

$$q_{1s} = C_1 \Delta V_s$$

$$q_{1s} = 10 \cdot 10^{-6} \cdot 100 = 10 \cdot 10^{-4} (\text{C})$$

$$\Delta q = q_{1s} - q_{1i}$$

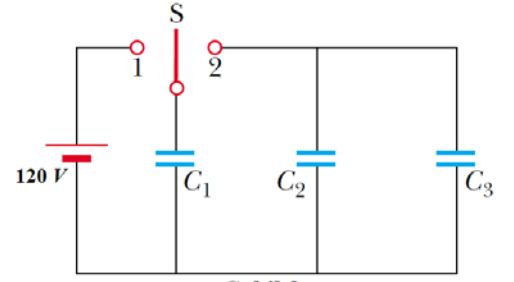
$$\Delta q = (10 - 2) \cdot 10^{-4} ; \quad \Delta q = 8 \cdot 10^{-4} (\text{C})$$

3) Şekil 2'de verilen devrede, $C_1 = 1\mu F$, $C_2 = 2\mu F$, $C_3 = 3\mu F$ ve $\Delta V = 120 V$ 'tur.

a) S anahtarı 1 konumuna getirildiğinde, kondansatörlerin yüklerini bulunuz.

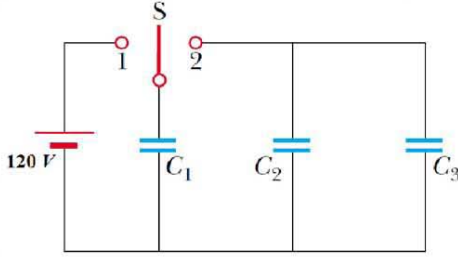
b) S anahtarı 1 konumundan 2 konumuna getirilirse, kondansatörlerin potansiyellerini ve yüklerini bulunuz.

c) S anahtarı 2 konumunda iken sistemde depolanan toplam enerji miktarını hesaplayınız.



Şekil 2

3)

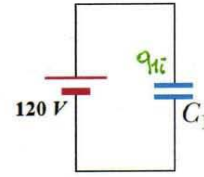


a) $q_{2i} = q_{3i} = 0$

$q_{1i} = C_1 \cdot \Delta V$

$q_{1i} = 1 \cdot 10^{-6} \cdot 120$

$q_{1i} = 120(\mu C)$

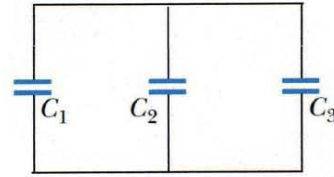


b) $q_{1i} = q_{1s} + q_{2s} + q_{3s}$

$C_{e\epsilon} = C_1 + C_2 + C_3$

$C_{e\epsilon} = (1 + 2 + 3) \cdot 10^{-6}$

$C_{e\epsilon} = 6(\mu F)$



$q_{1s} = C_1 \Delta V_s$

$q_{2s} = C_2 \Delta V_s$

$q_{3s} = C_3 \Delta V_s$

$\Delta V_s = \frac{q_{1s} + q_{2s} + q_{3s}}{C_{e\epsilon}}$

$\Delta V_s = \frac{120 \cdot 10^{-6}}{6 \cdot 10^{-6}}$

$\Delta V_s = 20 (V)$

$q_{1s} = 1 \cdot 10^{-6} \cdot 20$

$q_{1s} = 20(\mu C)$

$q_{2s} = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 20$

$q_{2s} = 40(\mu C)$

$q_{3s} = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 20$

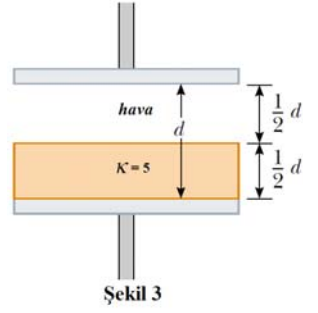
$q_{3s} = 60(\mu C)$

c) $U = \frac{1}{2} C_{e\epsilon} (\Delta V_s)^2$

$U = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 10^{-6} \cdot 20^2$

$U = 1,2 \cdot 10^{-3} (J)$

4) Şekil 3'de görülen paralel plakalı kondansatörün plakaları, birbirinden d kadar uzaklıkta bulunmaktadır. Plakaların arasında $d/2$ 'lik kısım, $\kappa = 5$ olan dikdörtgen şeklinde dielektrik madde ile doldurulmuştur. Kondansatör bu durumdayken, V potansiyeli ile yüklenmiş ve daha sonra üreteçten ayrılmıştır. Dielektrik yokken kondansatörün sığası C ise;



- Dielektrik levha yerleştirildiğinde sığa ne olur?
- Dielektrik levha içinde elektrik alan ne olur?
- Dielektrik levha ile üst plaka arasında kalan hava boşluğunda ne kadar potansiyel enerji depolanır?
- Dielektrik levhayı plakalar arasından tamamen çıkarmak için ne kadar iş yapmak gerekir?

4)

- Bir kondansatörün plakaları arasına bir dielektrik konulursa, kondansatörün eşdeğer devresi seri bağlı iki kondansatörden oluşur.

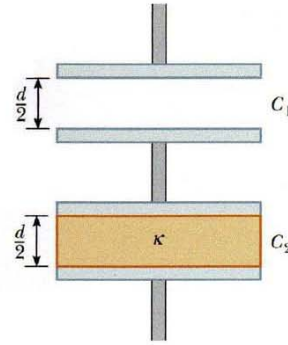
Dielektrik yokken;

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

Dielektrik varken;

$$C_1 = \epsilon_0 \frac{A}{d/2} = 2C$$

$$C_2 = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d/2} = 2\kappa C = 10C \quad (\kappa=5)$$



$$\frac{1}{C_{es}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$\frac{1}{C_{es}} = \frac{1}{2C} + \frac{1}{10C}$$

$$C_{es} = \frac{5C}{3}$$

$$b) \quad q_1 = q_2 = q = C_{es} \cdot V = \frac{5CV}{3}$$

$$E_2 = \frac{V_2}{d_2}; \quad E_2 = \frac{q_2/C_2}{d_2} = \frac{C_{es} \cdot V}{C_2 \cdot d_2} = \frac{\frac{5C}{3} \cdot V}{10\epsilon_0 \cdot \frac{d}{2}}$$

$$E_2 = \frac{V}{3d}$$

$$c) \quad U_1 = \frac{1}{2} C_1 V_1^2 \quad V_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{\frac{5CV}{3}}{2C} = \frac{5V}{6}$$

$$U_1 = \frac{1}{2} (2C) \left(\frac{5V}{6} \right)^2$$

$$U_1 = \frac{25}{36} CV^2$$

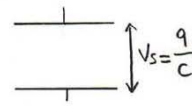
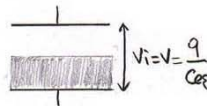
$$d) \quad W = \Delta U = U_s - U_i$$

$$W = \frac{1}{2} q V_s - \frac{1}{2} q V_i$$

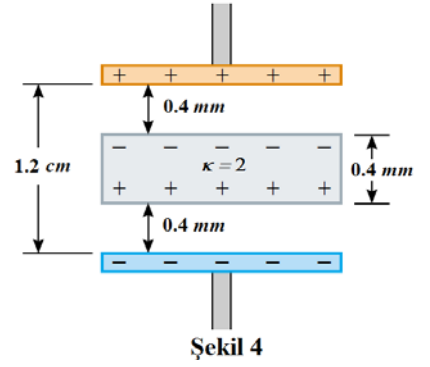
$$W = \frac{1}{2} q \left(\frac{q}{C} \right) - \frac{1}{2} q \left(\frac{q}{C_{es}} \right)$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot \frac{5CV}{3} \left(\frac{5CV/3}{C} - \frac{5CV/3}{5C/3} \right)$$

$$W = \frac{5}{9} CV^2$$



5) Paralel plakalı bir kondansatörün plaka aralığı 1.2 cm ve plaka alanı 0.12 m^2 dir. Kondansatör, 120 V luk potansiyel farkı altında yükleniyor ve sonra bağlantılar kesiliyor. Kalınlığı 0.4 mm ve dielektrik sabiti $\kappa = 2$ olan bir dielektrik, yalıtkan plakaların tam ortasına Şekil 4'deki gibi yerleştiriliyor.

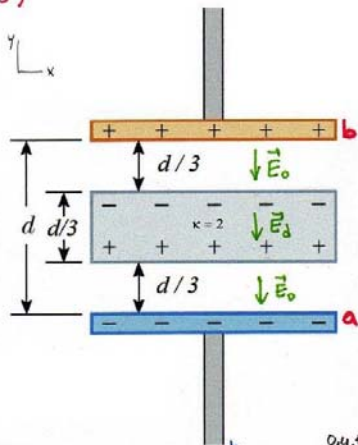


a) Dielektrik yerleştirilmeden önce kondansatörün sığasını hesaplayınız.

b) Dielektrik plakaların arasına yerleştirildikten sonra kondansatörün sığasını, $C = \frac{Q}{\Delta V}$ ve $\Delta V = V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s}$ bağıntılarını kullanarak hesaplayınız.

c) Plakaların yükünü bularak, dielektriğin bulunduğu bölgede ve plakalar arasındaki bölgede elektrik alanı bulunuz.

5)



$$d = 1,2 \text{ cm} = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ m} \quad \kappa = 2$$

$$A = 0,12 \text{ m}^2$$

$$\Delta V = 120 \text{ V}$$

$$a) C_0 = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$C_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{0,12}{1,2 \cdot 10^{-2}}$$

$$C_0 \approx 9 \cdot 10^{-11} \text{ (F)}$$

$$C_0 = 90 \text{ (pF)}$$

$$b) \Delta V = V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\int_0^{0,4 \cdot 10^{-2}} E_0 \cdot dy \cdot \cos 180^\circ - \int_0^{0,4 \cdot 10^{-2}} E_d \cdot dy \cdot \cos 180^\circ - \int_0^{0,4 \cdot 10^{-2}} E_0 \cdot dy \cdot \cos 180^\circ$$

$$E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{A \epsilon_0}, \quad E_d = \frac{E_0}{\kappa} = \frac{Q}{2A \epsilon_0}$$

$$\Delta V = \frac{Q}{\epsilon_0 A} \cdot \frac{5}{2} \int_0^{0,4 \cdot 10^{-2}} dy$$

$$\Delta V = \frac{5Q}{2 \epsilon_0 A} \cdot 0,4 \cdot 10^{-2} = \frac{5 \cdot Q \cdot 0,4 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,12}$$

$$\Delta V = 0,94 \cdot 10^{10} Q$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{0,94 \cdot 10^{10} Q}; \quad C = 1,06 \cdot 10^{-10} \text{ (F)}$$

$$C = 106 \text{ (pF)}$$

$$c) Q = C_0 \cdot \Delta V$$

$$Q = 90 \cdot 10^{-12} \cdot 120$$

$$Q = 1,08 \cdot 10^{-8} \text{ (C)}$$

$$E_0 = \frac{Q}{A \epsilon_0}$$

$$E_0 = \frac{1,08 \cdot 10^{-8}}{0,12 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}$$

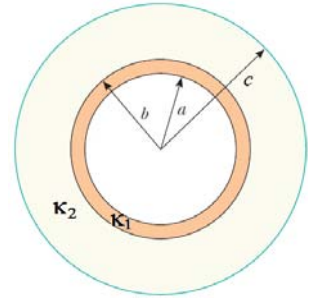
$$E_0 \approx 1 \cdot 10^4 \text{ (V/m)}$$

$$E_d = \frac{Q}{2A \epsilon_0} = \frac{E_0}{\kappa}$$

$$E_d = \frac{1 \cdot 10^4}{2}$$

$$E_d = 5 \cdot 10^3 \text{ (V/m)}$$

6) Şekil 5'de görülen iç yarıçapı a , dış yarıçapı c olan, iletken küresel bir kabuğun içi; $a-b$ arasında dielektrik katsayısı κ_1 , $b-c$ arasında κ_2 olan bir dielektrik madde ile dolduruluyor. Sistemin sığasını bulunuz.



Şekil 5

6) İletkenler arasındaki bölgede elektrik alan;

$$(c < r < a)$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{ic}}{\epsilon_0}$$

$$E \cdot (4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E = k \frac{Q}{r^2}$$

κ_1 dielektrik malzemeli bölge için;

$$V_b - V_a = \Delta V_{ab} = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$\Delta V_{ab} = - \int_a^b k \frac{Q}{r^2} dr = -kQ \left[-\frac{1}{r} \right]_a^b = kQ \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right)$$

$$\Delta V_{ab} = kQ \frac{(a-b)}{ab} \quad a-b < 0 \quad \Delta V_{ab} < 0$$

κ_2 dielektrik malzemeli bölge için;

$$V_c - V_b = \Delta V_{bc} = - \int_b^c \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$\Delta V_{bc} = - \int_b^c k \frac{Q}{r^2} dr = -kQ \left[-\frac{1}{r} \right]_b^c = kQ \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{b} \right)$$

$$\Delta V_{bc} = kQ \frac{(b-c)}{bc} \quad b-c < 0 \quad \Delta V_{bc} < 0$$

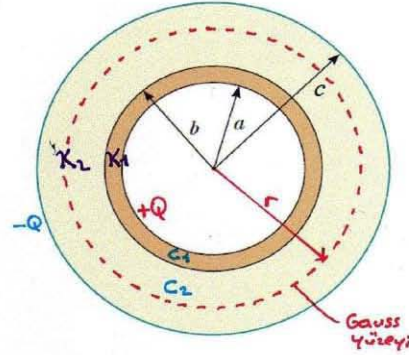
$$C = \frac{Q}{|\Delta V|} ; \quad C_1 = \kappa_1 \frac{Q}{|\Delta V_{ab}|} = \kappa_1 \frac{ab}{k(b-a)}$$

$$C_2 = \kappa_2 \frac{Q}{|\Delta V_{bc}|} = \kappa_2 \frac{bc}{k(c-b)}$$

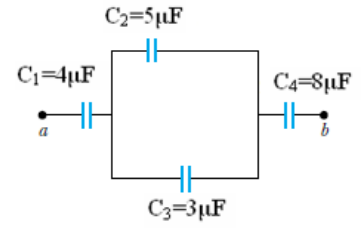
$$\frac{1}{C_{es}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} ;$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$C_{es} = \frac{\kappa_1 \kappa_2 abc (4\pi\epsilon_0)}{\kappa_2 bc - \kappa_1 ab + ac(\kappa_1 - \kappa_2)}$$



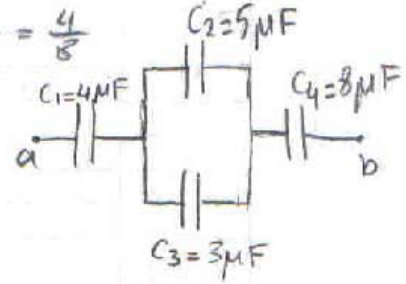
- 7) Dört kondansatör Şekil-6'daki gibi bağlanmıştır.
a) a ve b noktaları arasındaki eşdeğer sığayı bulunuz.
b) $V_{ab}=12V$ ise, her bir kondansatör üzerine düşen potansiyel farkını bulunuz.
c) C_2 kondansatörü üzerinde depolanan enerjiyi bulunuz.



Şekil-6

$$a) C_{23} = 5 + 3 = 8 \mu\text{F} \quad , \quad \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_{1234}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8}$$

$$C_{eq} = 2 \mu\text{F}$$



$$b) Q = C_{eq} \cdot V = 12 \cdot 2 = 24 \mu\text{C}$$

$$V_1 = \frac{Q_1}{C_1} \quad , \quad V_2 = \frac{Q_2}{C_2} \quad , \quad V_3 = \frac{Q_3}{C_3} \quad , \quad V_4 = \frac{Q_4}{C_4}$$

$$V_1 = 6V, \quad V_2 = V_3 = 3V, \quad V_4 = 3V$$

$$c) U = \frac{1}{2} C V^2 \quad ; \quad U_2 = \frac{1}{2} C_2 V_2^2 = \frac{1}{2} (5 \cdot 10^{-6}) (3^2) = 22,5 \mu\text{J}$$

8) Bir düzlem kondansatörün iletken levhalarından birinin yüzölçümü 6 m^2 'dir. İletken levhalar arasındaki uzaklık 0.5 mm 'dir. Levhalar arasında dielektrik sabiti 4 olan bir yalıtkan bulunmaktadır. Bu kondansatörün $600 \mu\text{C}$ 'luk bir yük taşıması istenmektedir.

- İletken levhaların yük yoğunluğunu,
- Levhalar arasındaki elektrik alanı,
- Kondansatörün sığasını,
- Levhalar arasındaki potansiyel farkını,
- Levhalar arasında yalıtkan malzeme bulunduğunda kondansatörde depolanan enerjinin, levhalar arasında yalıtkan malzeme bulunmadığında kondansatörde depolanan enerjiye oranını bulunuz.

$$a) \sigma = \frac{Q}{A} = \frac{600 \times 10^{-6}}{6} = 10^{-4} \text{ C/m}^2$$

$$b) E = \frac{\sigma}{K \epsilon_0} = \frac{10^{-4}}{4 \times 8,85 \times 10^{-12}} = 2,823 \times 10^6 \text{ N/C}$$

$$c) C = \frac{K \epsilon_0 A}{d} = \frac{4 \times 8,85 \times 10^{-12} \times 6}{10,5 \times 10^{-3}} = 4,25 \times 10^{-7} \text{ F}$$

$$d) V = E \cdot d = 2,823 \times 10^6 \times 10,5 \times 10^{-3} = 1411 \text{ V}$$

$$e) \text{Yalıtkan malzeme varken; } U_1 = \frac{1}{2} Q V_1 = \frac{1}{2} (600 \times 10^{-6}) (1411) = 0,423 \text{ J}$$

Yalıtkan malzeme yokken;

$$V_2 = E \cdot d = \frac{Q d}{\epsilon_0 A} = \frac{1600 \times 10^{-6} (0,5 \times 10^{-3})}{8,85 \times 10^{-12} \times 6} = 5647 \text{ V}$$

$$U_2 = \frac{1}{2} Q V_2 = \frac{1}{2} (600 \times 10^{-6}) (5647) = 1,69 \text{ J}$$

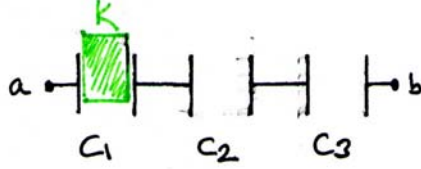
$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{0,423}{1,69} = \frac{1}{4} //$$

$$\text{ayrıca; } \frac{U_1}{U_2} = \frac{\frac{1}{2} Q V_1}{\frac{1}{2} Q V_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{Q d}{K \epsilon_0 A}}{\frac{Q d}{\epsilon_0 A}} = \frac{1}{K} = \frac{1}{4}$$

9) Sığası C olan özdeş üç paralel plakalı kondansatör $V_a=V_b=V$ toplam potansiyeli altında seri olarak bağlanmıştır. Sabiti κ olan dielektrik bir madde bu kondansatörlerden birini dolduracak Şekil-7'de kondansatöre yavaşça yerleştiriliyor. Kondansatörlerin toplam potansiyel enerjisinde, her bir kondansatörün yükünde ve potansiyel düşüşünde meydana gelen değişimi bulunuz.



Şekil-7



ilk durum: $C_{\text{ef}} = \frac{C}{3}$; $V_1 = \frac{V}{3}$; $V_2 = \frac{V}{3}$; $V_3 = \frac{V}{3}$; $Q_1 = Q_2 = Q_3 = \frac{CV}{3}$

$U = \frac{1}{2} CV^2$; $U_1 = U_2 = U_3 = \frac{1}{2} C \left(\frac{V}{3}\right)^2 = \frac{1}{18} CV^2$; $U_{\text{toplam}} = \frac{1}{6} CV^2$

ikinci durum: $\frac{1}{C_{\text{ef}}} = \frac{1}{\kappa C} + \frac{1}{C} + \frac{1}{C} = \frac{\kappa C}{1+2\kappa}$; $Q_1 = Q_2 = Q_3 = \frac{\kappa C}{1+2\kappa} \cdot V$

$V_1' = \frac{Q_1'}{C_1} = \frac{1}{1+2\kappa} V$; $V_2' = \frac{Q_2'}{C_2} = \frac{\kappa}{1+2\kappa} V$; $V_3' = \frac{Q_3'}{C_3} = \frac{\kappa}{1+2\kappa} V$

$U_1' = \frac{1}{2} \kappa C \left(\frac{V}{1+2\kappa}\right)^2$; $U_2' = U_3' = \frac{1}{2} C \left(\frac{\kappa V}{1+2\kappa}\right)^2$

$U_{\text{top}}' = \kappa C V^2 \left[\frac{1+2\kappa}{2(1+2\kappa)^2} \right]$; $\Delta U_{\text{top}} = \kappa C V^2 \left[\frac{1+2\kappa}{2(1+2\kappa)^2} \right] - \frac{1}{6} CV^2$

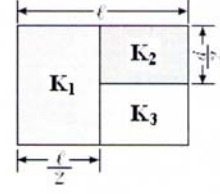
$\Delta Q_1 = \Delta Q_2 = \Delta Q_3 = \frac{\kappa}{1+2\kappa} - \frac{1}{3}$

$\Delta V_1 = \frac{2V(1-\kappa)}{3+2\kappa}$; $\Delta V_2 = \Delta V_3 = \frac{V(\kappa-1)}{3+2\kappa}$

10) Şekil-8'deki paralel plakalı kondansatör üç farklı dielektrik madde kullanılarak yapılmıştır.

a) $l \gg d$ olduğunu kabul ederek plaka yüzeyi A, d, K_1 , K_2 ve K_3 sabitleri cinsinden bu kondansatörün sığası için bir ifade bulunuz.

b) $A = 3 \text{ cm}^2$, $d = 1.5 \text{ mm}$, $K_1 = 6$, $K_2 = 3$, $K_3 = 5$ ve $\Delta V = 16 \text{ V}$ olarak kondansatörde depo edilen enerjiyi bulunuz. ($\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$)



Şekil-8

a)

$$C = \frac{K \epsilon_0 A}{d}$$

burada C_2 ve C_3 kondansatörleri seri, bu iki kondansatörün toplamı da C_1 kondansatörüne paraleldir.

$$C_1 = \frac{K_1 \epsilon_0 A/2}{d}$$

$$C_2 = \frac{K_2 \epsilon_0 A/2}{d/2}$$

$$C_3 = \frac{K_3 \epsilon_0 A/2}{d/2}$$

$$C_{\text{eq}} = C_1 + \left[\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right]^{-1} \Rightarrow C_{\text{eq}} = \frac{\epsilon_0 A}{d} \left[\frac{K_1}{2} + \frac{K_2 K_3}{K_2 + K_3} \right]$$

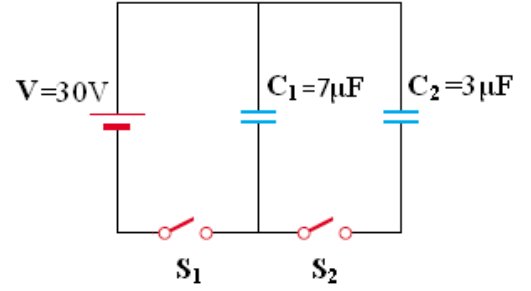
b)

$$C_{\text{eq}} = 8.67 \times 10^{-12} \text{ F}$$

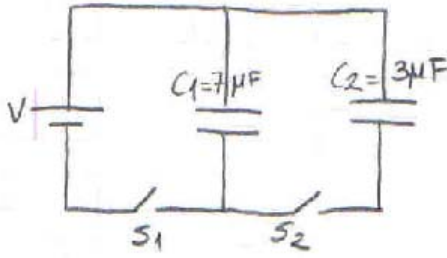
$$U = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2$$

$$U = 1.11 \times 10^{-9} \text{ (J)}$$

11) Şekil-9'daki devrede S_1 anahtarı kapatılarak ilk olarak C_1 kondansatörü yüklenir. Sonra S_1 anahtarı açılır ve yüklenmiş kondansatör S_2 anahtarı kapatılarak yüksüz kondansatöre bağlanır. C_1 kondansatörünün başlangıçta kazandığı yükü ve kondansatörlerin her birindeki son yükü hesaplayınız.



Şekil-9



1. durum:

S_1 anahtarı kapatıldığında C_1 kondansatöründe birikecek yük;

$$Q = C \cdot V = 7 \times 30 = 210 \mu C.$$

2. durum:

S_1 anahtarı açılıp, S_2 anahtarı kapatılınca

C_1 kondansatörünün üzerinden C_2 'ye yük akışı olur.

2. durumda C_1 'in üzerindeki yük Q_1
 C_2 'nin üzerindeki yük Q_2 olsun.

1. Birinci durumda C_1 'in üzerinde biriken yük miktarı;

$$Q_1 = Q - Q_2$$

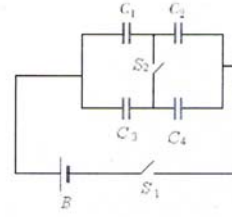
$$V = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{Q - Q_2}{C_1}$$

$$\frac{Q_2}{C_2} = \frac{Q - Q_2}{C_1} \Rightarrow \frac{Q_2}{3} = \frac{210 - Q_2}{7}$$

$$Q_2 = 63 \mu F, \quad Q_1 = 147 \mu C$$

12) Şekil-10'daki B bataryası devreye 12V'lık bir potansiyel farkı sağlar.

- a) S_1 anahtarı kapalı iken,
b) Sonra S_2 anahtarı kapanınca, her bir kondansatördeki yük miktarını bulunuz.
($C_1 = 1\mu F$, $C_2 = 2\mu F$, $C_3 = 3\mu F$, $C_4 = 4\mu F$)



Şekil-10

a) Eşdeğer sığa,

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} + \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4} = \frac{28}{15} \mu F ; Q = C \cdot V$$

$$Q = \left(\frac{28}{15} \times 10^{-6} \right) (12)$$

$$Q = 22.4 \mu C$$

$$Q' = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \cdot V = 8 \mu C \Rightarrow Q_1 = Q_2 = 8 \mu C$$

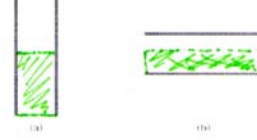
$$Q'' = \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4} \cdot V = 14.4 \mu C \Rightarrow Q_3 = Q_4 = 14.4 \mu C$$

b) $\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1 + C_3} + \frac{1}{C_2 + C_4} \Rightarrow C' = 2.4 \mu F ; Q' = C' \cdot V$

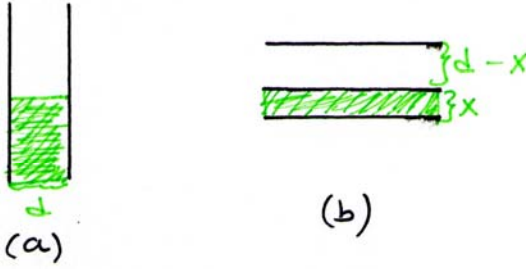
$$Q' = 28.8 \mu C$$

$$\left. \begin{array}{l} Q_1 = C_1 \cdot V_1 = 7.2 \mu C \\ Q_2 = C_2 \cdot V_2 = 9.6 \mu C \\ Q_3 = C_3 \cdot V_1 = 21.6 \mu C \\ Q_4 = C_4 \cdot V_2 = 19.2 \mu C \end{array} \right\} \begin{array}{l} V_1 = \frac{Q'}{C_1 + C_3} = 7.2 V \\ V_2 = \frac{Q'}{C_2 + C_4} = 4.8 V \end{array}$$

13) Paralel plakalı düşey bir kondansatör, plakalarının yarısına kadar dielektrik katsayısı $\kappa = 2$ olan bir dielektrik madde ile dolduruluyor (Şekil-11a). Bu kondansatör yatay duruma getirildiği zaman (Şekil-11b), düşey durumdaki sığasına eşit sığaya sahip olması için, aynı dielektrik madde ne oranda doldurulmalıdır?



Şekil-11



(a) konumunda

$$C_{e1} = C_1 = \frac{\epsilon_0 (A/2)}{d} + \frac{\kappa \epsilon_0 (A/2)}{d} \Rightarrow C_1 = \frac{\epsilon_0 A}{2d} (1 + \kappa)$$

(b) konumunda

$$C_{e2} = C_2 \Rightarrow \frac{1}{C_2} = \frac{d-x}{\epsilon_0 A} + \frac{x}{\kappa \epsilon_0 A} \Rightarrow C_2 = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{\kappa(d-x) + x}$$

$$C_1 = C_2 \text{ 1aM}$$

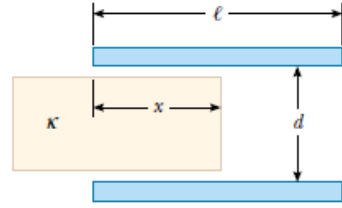
$$\frac{\epsilon_0 A}{2d} (1 + \kappa) = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{\kappa(d-x) + x}$$

$$X = \frac{2}{3} d \text{ bulunur.}$$

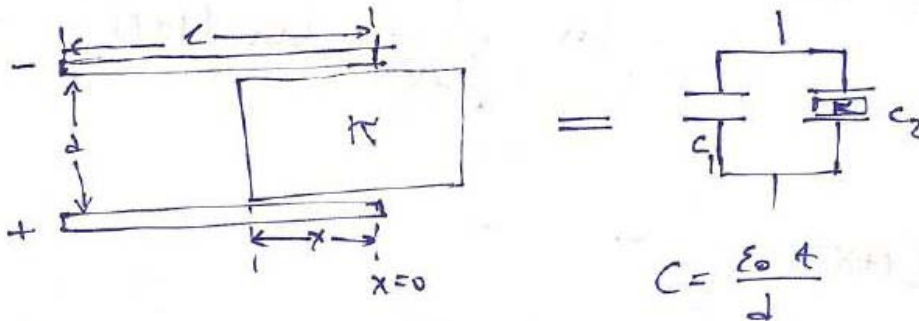
14) Bir kondansatör kenar uzunluğu l ve plaka aralığı d olan iki kare plakadan yapılmıştır. Dielektrik sabiti κ olan bir madde kondansatör içine bir x uzaklığında yerleştirilmiştir (Şekil-12).

a) Aygıtın eşdeğer sığasını,

b) Potansiyel farkı ΔV ise, kondansatörde depolanan enerjiyi, c) ΔV potansiyel farkının sabit olduğunu varsayarak dielektrik üzerine etki eden kuvvetin yön ve büyüklüğünü bulunuz. Sürtünme ve kenar etkilerini ihmal ediniz.



Şekil 12



$$a) \quad C_{eq} = C_1 + C_2 \Rightarrow \quad C_1 = \frac{\epsilon_0 (l-x) \epsilon}{d}$$

$$C_2 = \kappa \frac{\epsilon_0}{d} x \cdot l$$

$$C_{eq} = \frac{\epsilon_0}{d} \left\{ l^2 + x l (\kappa - 1) \right\}$$

$$b) \quad U = \frac{1}{2} C_{eq} V_0^2 \Rightarrow \frac{V_0^2 \epsilon_0}{2d} \left\{ l^2 + x l (\kappa - 1) \right\}$$

$$c) \quad \vec{F} = - \frac{dU}{dx} \hat{i} \Rightarrow - \frac{\epsilon_0}{2d} l (\kappa - 1) V_0^2 \hat{i}$$

15) Bir fabrikada üretilmek üzere en uygun koaksiyel kablo tasarımı yapılmak isteniyor. b yarıçaplı dış iletkenin maksimum potansiyel yeteneğine erişebilmesi için içteki iletkenin yarıçapının $a = b/e$ ile verileceğini gösteriniz. Burada e doğal logaritmanın tabanıdır.

$$E = \frac{2k\lambda}{a} \quad (\lambda, \text{birim uzunluk başına yük})$$

$$\Delta V = 2k\lambda \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$\Delta V_{\max} = E_{\max} a \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$\frac{dV_{\max}}{da} = E_{\max} \left[\ln\left(\frac{b}{a}\right) + a \left(\frac{1}{b/a}\right) \left(-\frac{b}{a^2}\right) \right] = 0$$

$$\ln\left(\frac{b}{a}\right) = 1 \rightarrow \frac{b}{a} = e^1 \rightarrow a = \frac{b}{e}$$

16) Yarıçapı $0,10 \text{ m}$ olan metal bir kürenin yükü $8,5\mu\text{C}$ olarak veriliyor. Küre ile eşmerkezli ve yarıçapı 25 cm olan küre içinde ne kadar enerji depolanır?

yükü küre ile eş merkezli yarıçapı 25 cm olan küre içinde depolanan enerji,

$$U = \int_R^a \frac{1}{2} \epsilon_0 \left(\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \right)^2 4\pi r^2 dr = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0} \int_R^a \frac{dr}{r^2} = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_R^a$$

$$U = 1,3 \text{ J}$$