

1) Yüzeyi iletken boya ile kaplanmış mantar bir küre -0.4 nC yük ile yükleniyor ve özdeş bir diğer küreye değdiriliyor. Küreler daha sonra birbirlerinden ayrılıyor. İkinci küre daha sonra üçüncü bir yüksüz küreye değdirilmiş ve daha sonra birbirinden ayrılmışlardır. Bunun sonucunda kürelerin yükünü ve elektron sayısını bulunuz.

Küreler özdeş olduklarından ilk temastan sonra, 1. ve 2. kürelerin yükleri;

$$q_1 = \frac{1}{2}(-4 \times 10^{-10} \text{ C}) = -2 \times 10^{-10} \text{ C} \text{ olur. Bu yükteki elektron sayısı;}$$

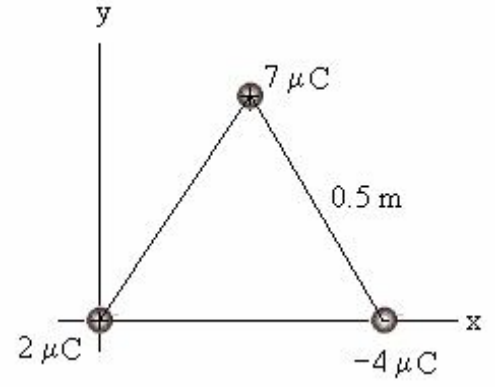
$$N_1 = (2 \times 10^{-10}) / (1.602 \times 10^{-19} \text{ C / elektron}) = 1.25 \times 10^9 \text{ elektron}$$

İkinci kürenin üçüncü küreye teması sonucu, ikinci ve üçüncü kürelerin yükleri;

$$q_2 = q_3 = \frac{1}{2}(-2 \times 10^{-10} \text{ C}) = -1 \times 10^{-10} \text{ C} \text{ olur. Bu yüklerdeki elektron sayısı;}$$

$$N_1 = 6.2 \times 10^8 \text{ elektron}$$

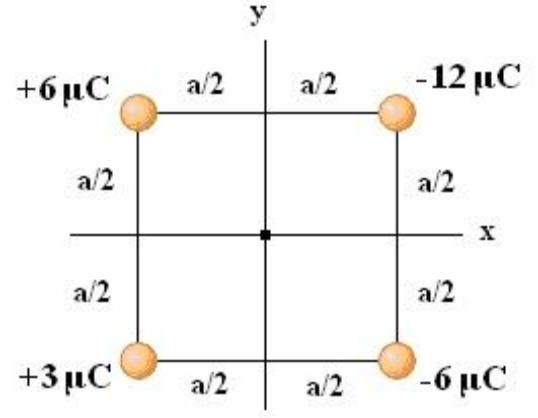
2) Şekil 1'deki gibi noktasal üç yük eşkenar üçgenin köşelerine yerleştirilmiştir. $7 \mu\text{C}$ 'luk yük üzerindeki bileşke elektriksel kuvvetini bulunuz.



Şekil 1

$\vec{F}_{1x} = |\vec{F}_1| \cos 60 \hat{i}$
 $\vec{F}_{1y} = |\vec{F}_1| \sin 60 \hat{j}$
 $F_1 = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = 8,99 \cdot 10^9 \frac{7 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{(0,5)^2}$
 $F_1 = 503,4 \cdot 10^{-3} \text{ N}$
 $\vec{F}_{1x} = 0,503 \cdot \cos 60 \hat{i} \Rightarrow 0,252 \hat{i} \text{ (N)}$
 $\vec{F}_{1y} = 0,503 \cdot \sin 60 \hat{j} \Rightarrow 0,436 \hat{j} \text{ (N)}$
 $\vec{F}_{2x} = |\vec{F}_2| \cos 60 \hat{i} \text{ ve } \vec{F}_{2y} = |\vec{F}_2| \sin 60 (-\hat{j})$
 $F_2 = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = 8,99 \cdot 10^9 \frac{7 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{0,5^2} \approx 1,01 \text{ N}$
 $\vec{F}_{2x} = 1,01 \cdot \cos 60 \hat{i} = 0,505 \hat{i} \text{ (N)}$
 $\vec{F}_{2y} = 1,01 \cdot \sin 60 (-\hat{j}) = -0,875 \hat{j} \text{ (N)}$
 $\Sigma \vec{F}_x = \vec{F}_{1x} + \vec{F}_{2x} = (0,252 + 0,505) \hat{i} = 0,757 \hat{i} \text{ (N)}$
 $\Sigma \vec{F}_y = \vec{F}_{1y} + \vec{F}_{2y} = (0,436 - 0,875) \hat{j} = -0,439 \hat{j} \text{ (N)}$
 $\vec{F} = 0,757 \hat{i} - 0,439 \hat{j} \text{ (N)}$
 $\Sigma |\vec{F}| = 0,875 \text{ N}$

3) Şekil 2'deki gibi dört nokta yük kenar uzunluğu 0.3 m olan karenin köşelerinde bulunmaktadır. $+3 \mu\text{C}$ 'luk yük üzerindeki bileşke elektriksel kuvvetini bulunuz.



Şekil 2

$\vec{F} = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \vec{r}$
 $+3 \mu\text{C}$ 'luk yüke etkileyen bileşke elektriksel kuvvet:
 $\vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{41}$
 $\vec{F}_{21} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{(6 \cdot 10^{-6} \text{C} \cdot 3 \cdot 10^{-6} \text{C})}{(0,3 \text{m})^2} \vec{i}$
 $\vec{F}_{21} = 1,8(\vec{i}) \text{N}$
 $\vec{F}_{41} = 1,8(-\vec{j}) \text{N}$
 $\vec{F}_{31} = F_{31} \cos \theta \vec{i} + F_{31} \sin \theta \vec{j}$
 $\vec{F}_{31} = 1,27(\vec{i}) \text{N} + 1,27(\vec{j}) \text{N}$
 $\vec{F}_1 = 3,07(\vec{i}) \text{N} + 0,53(-\vec{j}) \text{N}$

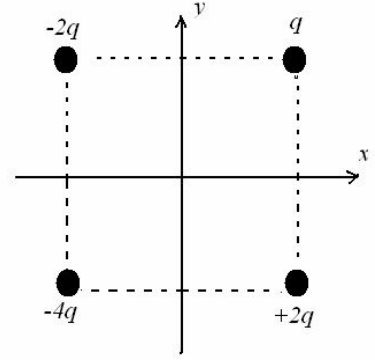
$a = 0,3 \text{m}$
 $|AB| = a \quad |AC| = a\sqrt{2}$
 $\theta = 45^\circ \quad \cos 45^\circ = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\vec{F}_{31y} = F_{31} \sin \theta \vec{j}$
 $\vec{F}_{31x} = F_{31} \cos \theta \vec{i}$

4) Şekil 3'deki gibi kenar uzunluğu $2L$ olan bir karenin köşelerinde q , $2q$, $-4q$ ve $-2q$ yükleri bulunmaktadır.

a) q yük üzerindeki bileşke elektriksel kuvvetini bulunuz.

b) Karenin geometrik merkezine konulan Q yükü üzerindeki bileşke elektriksel kuvvetini bulunuz.



Şekil 3

$$a) F_1 = F_2 = k(2q)(q)/(2L)^2 = \frac{1}{2} k q^2/L^2;$$

$$F_3 = k(4q)(q)/(8L^2) = \frac{1}{2} k q^2/L^2$$

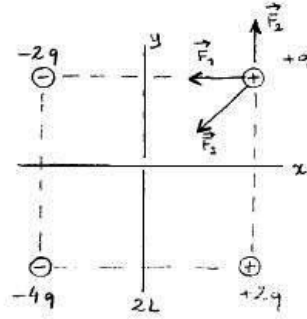
q yüküne etkileyen net kuvvet;

$$\vec{F}_{net} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

$$= \left(-\frac{1}{2} k q^2/L^2\right) \vec{i} + \left(\frac{1}{2} k q^2/L^2\right) \vec{j}$$

$$- \left\{ \left[\left(\frac{1}{2} k q^2/L^2\right) \cos 45^\circ\right] \vec{i} + \left[\left(\frac{1}{2} k q^2/L^2\right) \sin 45^\circ\right] \vec{j} \right\}$$

$$= \left(\frac{1}{2} k q^2/L^2\right) \left\{ \left[-(2+\sqrt{2})/2\right] \vec{i} + \left[(2-\sqrt{2})/2\right] \vec{j} \right\}$$



$$F_{net} = (\sqrt{3}) k q^2/2L^2, \quad \text{Pozitif x eksenine ile yaptığı açı } 170,2^\circ \text{ dir.}$$

$$b) F_1 = F_3 = k \cdot (2q)Q/(L\sqrt{2})^2 = kqQ/L^2$$

$$F_2 = kqQ/(L\sqrt{2})^2 = kqQ/2L^2$$

$$F_4 = k \cdot 4qQ/(L\sqrt{2})^2 = 2kqQ/L^2$$

$$\vec{F}_{net} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \left(k(2q)Q/(L\sqrt{2})^2\right) \cos 135^\circ \vec{i}$$

$$+ k(2q)Q/(L\sqrt{2})^2 \sin 135^\circ \vec{j} + kqQ/(L\sqrt{2})^2 \cos 225^\circ \vec{i}$$

$$+ kqQ/(L\sqrt{2})^2 \sin 225^\circ \vec{j} + k2qQ/(L\sqrt{2})^2 \cos 135^\circ \vec{i}$$

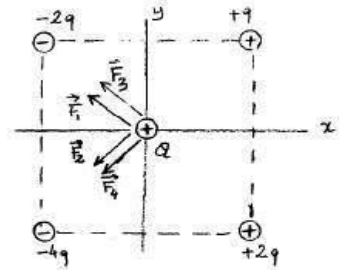
$$+ kqQ/(L\sqrt{2})^2 \sin 135^\circ \vec{j} + 2kqQ/L^2 \cos 225^\circ \vec{i}$$

$$+ 2kqQ/L^2 \sin 225^\circ \vec{j}$$

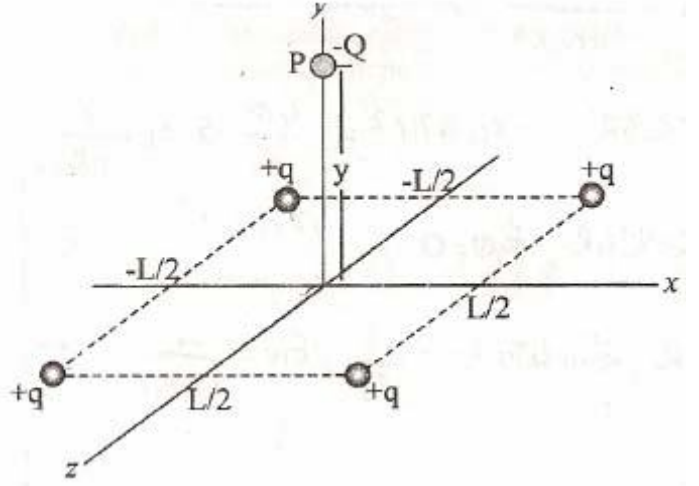
$$\vec{F}_{net} = \left\{ kqQ/L^2(-0,7) + kqQ/2L^2(-0,7) + kqQ/L^2(-0,7) \right. \\ \left. + 2kqQ/L^2(-0,7) \right\} \vec{i} + \left\{ kqQ/L^2 \cdot 0,7 + kqQ/2L^2(-0,7) \right. \\ \left. + kqQ/2L^2 \cdot 0,7 + 2kqQ/L^2 \cdot (-0,7) \right\} \vec{j}$$

$$= -3,15 \frac{kqQ}{L^2} \vec{i} - 0,7 \frac{kqQ}{L^2} \vec{j} \quad \rightarrow F_{net} = 3,2 kqQ/L^2$$

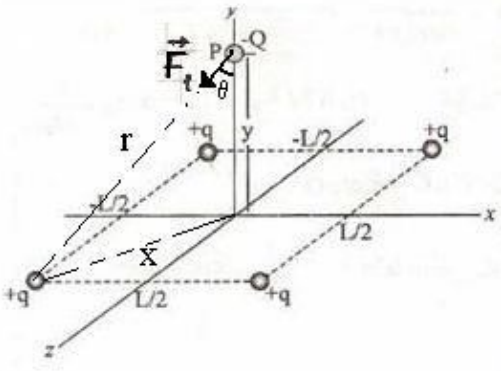
Pozitif x eksenine ile yaptığı açı $132,5^\circ$



5) Dört noktasal +q yükü kenar uzunluğu L olan karenin köşelerine Şekil 4'deki gibi konulmuştur. Karenin merkezinden geçen, kare düzlemine dik doğru üzerindeki P noktasında bulunan -Q nokta yükü üzerindeki bileşke elektriksel kuvvetini bulunuz.



Şekil 4



Sistem simetrisinden dolayı $\sum F_x = 0$ dir.

$$F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = k \frac{qQ}{r^2}$$

$$\vec{F}_{1y} = -k \frac{qQ}{r^2} \cos \theta \hat{j}$$

$$\cos \theta = \frac{y}{r} \Rightarrow$$

$$\vec{F}_{1y} = -k \frac{qQ}{r^2} y \hat{j}$$

$$\sum \vec{F}_y = 4 \vec{F}_{1y} \quad \text{ve} \quad r = \sqrt{y^2 + \left(\frac{L\sqrt{2}}{2}\right)^2}$$

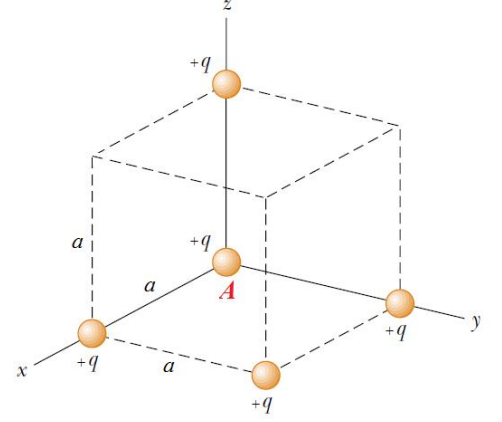
$$\sum \vec{F}_y = -4k \frac{qQ}{\left(y^2 + \frac{L^2}{2}\right)^{3/2}} y \hat{j}$$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2} L$$

6) Şekil 5'de görüldüğü gibi kenar uzunluğu a olan bir kübün beş köşesinde $+q$ noktasal yükleri bulunmaktadır.

a) $A(0,0,0)$ noktasında bulunan yük üzerindeki bileşke elektriksel kuvveti bulunuz.

b) Bileşke kuvvetin büyüklüğünü bulunuz.



Şekil 5

$$\vec{F}_A = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{41} + \vec{F}_{51}$$

$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$

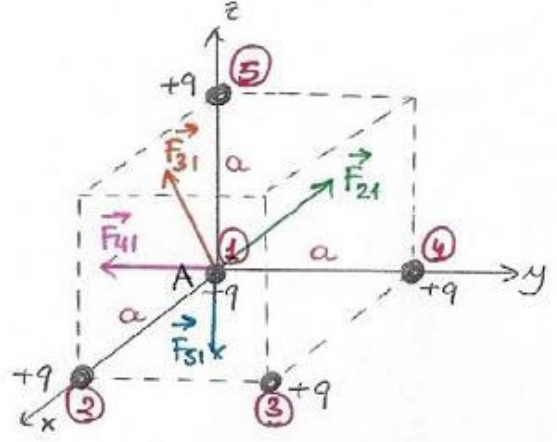
a)

$$\vec{F}_{21} = k \frac{q^2}{a^2} (-\hat{i})$$

$$\vec{F}_{31} = k \frac{q^2}{(\sqrt{2}a)^2} [\cos 45^\circ (-\hat{i}) + \sin 45^\circ (-\hat{j})]$$

$$\vec{F}_{41} = k \frac{q^2}{a^2} (-\hat{j})$$

$$\vec{F}_{51} = k \frac{q^2}{a^2} (-\hat{k})$$



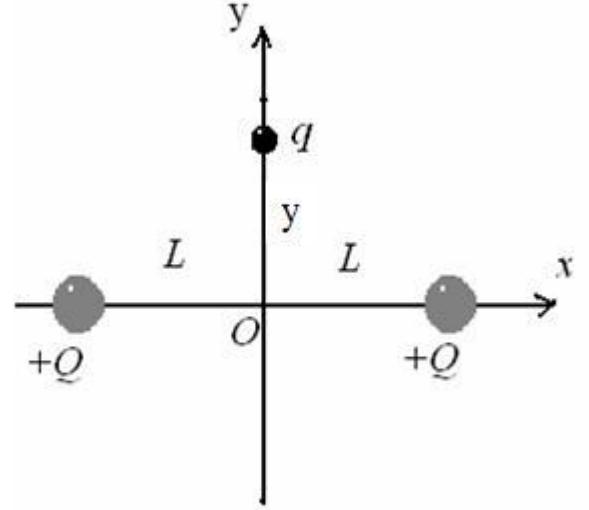
$$\vec{F}_A = -k \frac{q^2}{a^2} \left[\left(1 + \frac{\cos 45^\circ}{2}\right) \hat{i} + \left(1 + \frac{\sin 45^\circ}{2}\right) \hat{j} + \hat{k} \right]$$

$$\vec{F}_A = -k \frac{q^2}{a^2} \left[\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right) \hat{i} + \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right) \hat{j} + \hat{k} \right]$$

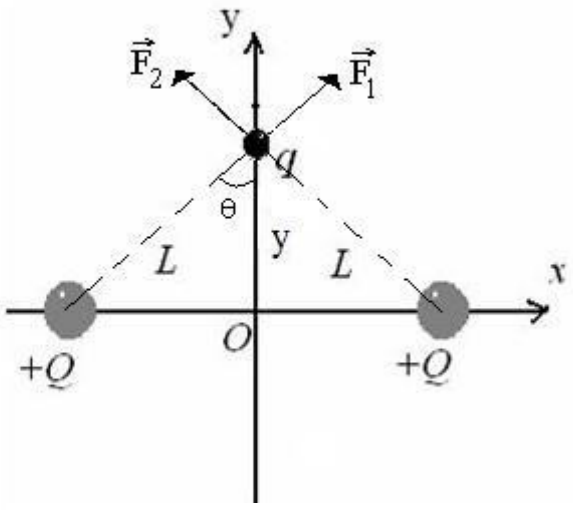
$$b) F_A = |\vec{F}_A| = k \frac{q^2}{a^2} \sqrt{\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2 + \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2 + 1}$$

$$F_A \cong 2 k \frac{q^2}{a^2}$$

7) Şekil 6'da görüldüğü gibi, y eksenine göre simetrik noktalara her biri Q yüklü iki parçacık yerleştirilmiştir. Parçacıklar arasındaki uzaklık $2L$ 'dir. q yüklü bir parçacık y düzlemi üzerinde hangi noktaya yerleştirilirse, yük üzerindeki bileşke elektriksel kuvveti maksimum olur?



Şekil 6



$F_1 = F_2$, q yüklü parçacığa etkiyen kuvvet:

$$F = 2 F_1 \cdot \cos \theta \quad \cos \theta = \frac{y}{(L^2 + y^2)^{1/2}}$$

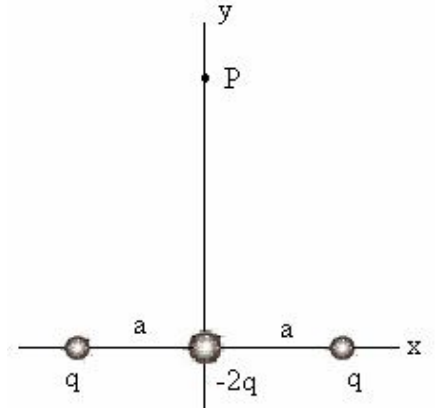
$$F_1 = k \frac{Q \cdot q}{[L^2 + y^2]}$$

Toplam kuvvet $F = k \frac{2 Q q}{[L^2 + y^2]^{3/2}} y$

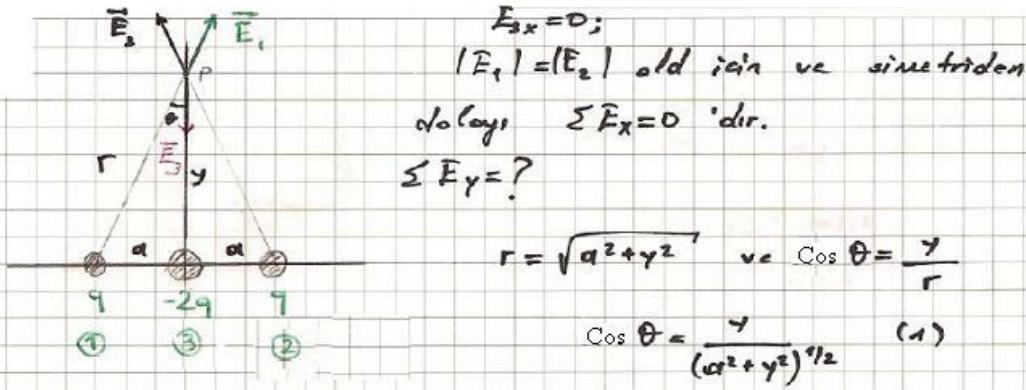
kuvvetin maksimum olma koşulu; $\frac{dF}{dy} = 0$ dir.

Buradan $y = \frac{L}{\sqrt{2}}$ bulunur.

8) Şekil 7'de verilen, x ekseninde bulunan q , $-2q$ ve q yüklerinin y ekseninde $P(y \gg a)$ noktasında oluşturdukları elektrik alanı bulunuz.



Şekil 7



$$\sum \vec{E}_y = \left\{ k \frac{q}{r^2} \cos \theta + k \frac{q}{r^2} \cos \theta - k \frac{2q}{y^2} \right\} \hat{j} \quad (2)$$

(1) → (2)

$$\vec{E}_y = \left\{ k \frac{q}{a^2 + y^2} \frac{y}{(a^2 + y^2)^{1/2}} - 2k \frac{q}{y^2} \right\} \hat{j}$$

$$\vec{E}_y = 2kq \left\{ \frac{y}{(a^2 + y^2)^{3/2}} - \frac{1}{y^2} \right\} \hat{j}$$

$(a^2 + y^2)^{-3/2}$ serise açarsak (Binom açılımı)

$$(a+x)^m = a^m + \frac{m}{1!} (a^{m-1})x + \frac{m(m-1)}{2!} a^{m-2} x^2$$

$y \gg a$ (y serisi)

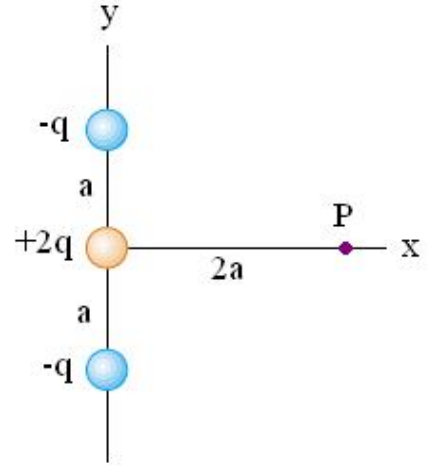
$$(a^2 + y^2)^{-3/2} = y^{-3} + \left(-\frac{3}{2}\right) y^{-5} a^2 \quad \text{diğer terimler ihmal } y \gg a$$

$$\sum \vec{E}_y = 2kq \left\{ y \left(y^{-3} - \frac{3}{2} \frac{a^2}{y^5} \right) - \frac{1}{y^2} \right\} \hat{j}$$

$$= 2kq \left\{ -\frac{3}{2} \frac{a^2}{y^4} \right\} \hat{j}$$

$$\vec{E}_y = -3k \frac{q a^2}{y^4} \hat{j} \quad (\text{Kuadrupol})$$

9) Şekil 8'deki gibi y ekseninde bulunan $-q$, $+2q$ ve $-q$ noktasal yüklerin P noktasında oluşturdukları elektrik alanı bulunuz.



Şekil 8

$q_1 = -q$
 $q_2 = +2q$
 $q_3 = -q$

$|AB| = a = |BC|$
 $|BP| = 2a$
 $|AP| = |CP| = r = a\sqrt{5}$
 $\cos\theta = \frac{2a}{a\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$
 $\sin\theta = \frac{a}{a\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

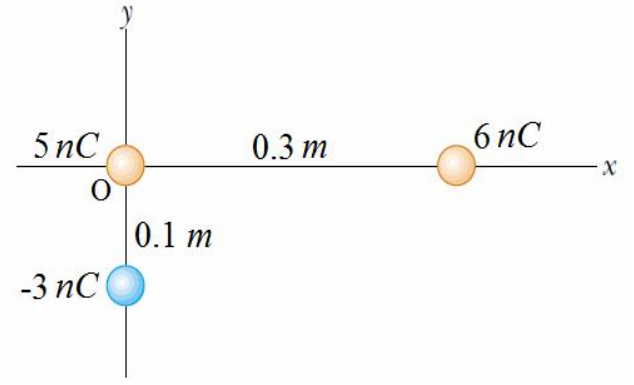
$r = \sqrt{a^2 + (2a)^2} = a\sqrt{5}$

$\vec{E}_{1x} = E_1 \cos\theta (-\hat{i})$
 $\vec{E}_{1y} = E_1 \sin\theta \hat{j}$
 $\vec{E}_{3x} = E_3 \cos\theta (-\hat{i})$
 $\vec{E}_{3y} = E_3 \sin\theta (-\hat{j})$

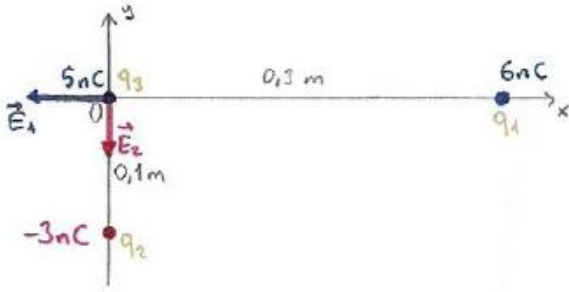
P noktasındaki elektrik alan;
 $\vec{E}_p = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$
 $\vec{E}_1 = E_1 \cos\theta (-\hat{i}) + E_1 \sin\theta \hat{j}$
 $\vec{E}_3 = E_3 \cos\theta (-\hat{i}) + E_3 \sin\theta (-\hat{j})$
 $\vec{E}_2 = \frac{kq_2}{(2a)^2} \hat{i} = \frac{kq}{2a^2} \hat{i}$

$\vec{E}_p = \frac{kq}{2a^2} \hat{i} - \frac{4kq}{5a^2\sqrt{5}} \hat{i} \quad \left(\frac{N}{C}\right)$

- 10) Üç noktasal yük Şekil 9'daki gibi düzenlenmiştir.
a) 6 nC ve -3 nC yüklerinin birlikte O noktasında oluşturdukları elektrik alanı bulunuz.
b) 5 nC yüküne etkiyen elektrikselsel kuvveti bulunuz.



Şekil 9



b) $\vec{F}_3 = q_3 \cdot \vec{E}_0$

$$\vec{F}_3 = 5 \cdot 10^{-9} \cdot (-6 \cdot 10^3 \hat{i} - 2,7 \cdot 10^3 \hat{j})$$

$$\vec{F}_3 = -3 \cdot 10^{-6} \hat{i} - 13,5 \cdot 10^{-6} \hat{j} \text{ (N)}$$

$$\vec{E} = k \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

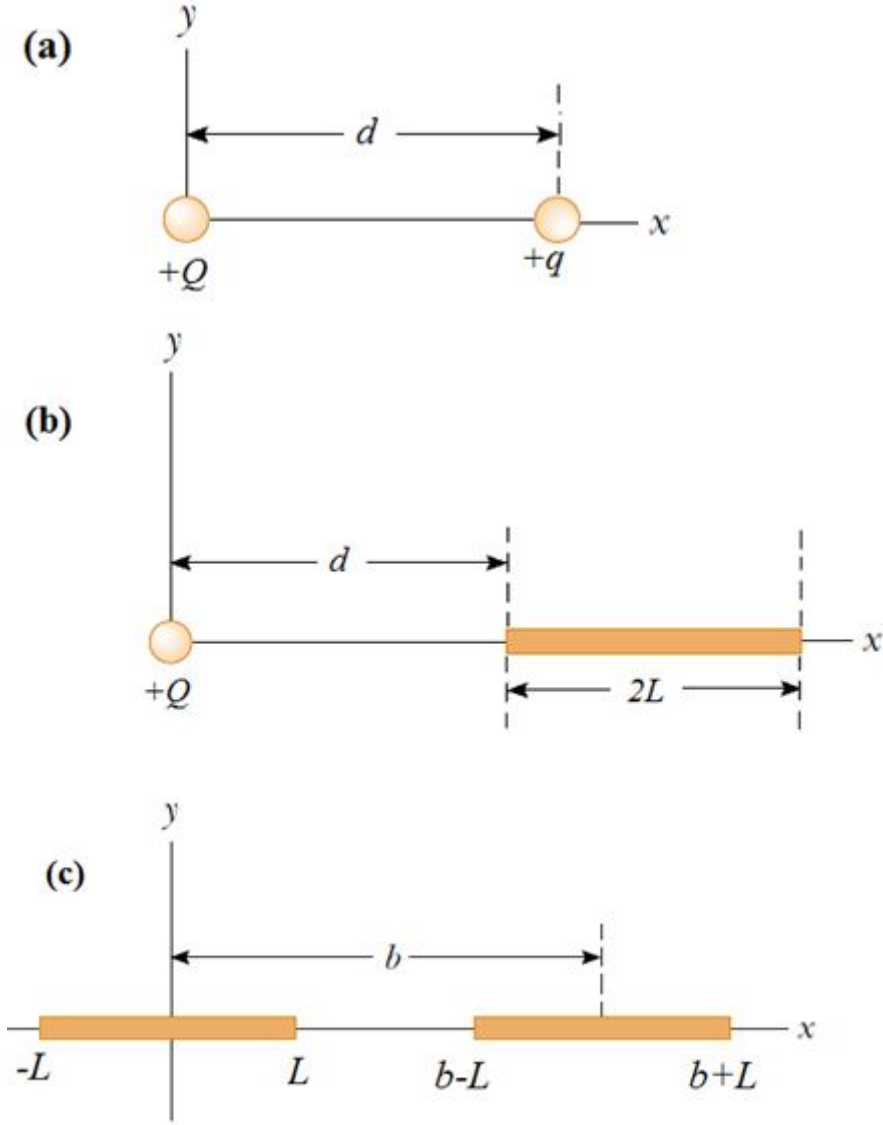
a) $\vec{E}_0 = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

$$\vec{E}_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{6 \cdot 10^{-9}}{(0,3)^2} (-\hat{i}) = -6 \cdot 10^3 \hat{i} \text{ (N/C)}$$

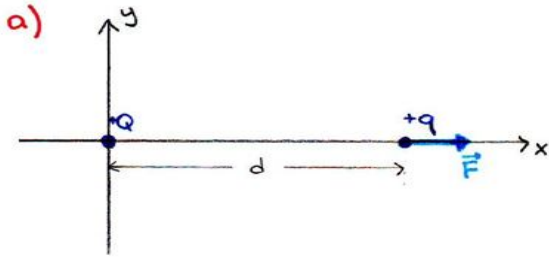
$$\vec{E}_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-9}}{(0,1)^2} (-\hat{j}) = -2,7 \cdot 10^3 \hat{j} \text{ (N/C)}$$

$$\vec{E}_0 = -6 \cdot 10^3 \hat{i} - 2,7 \cdot 10^3 \hat{j} \text{ (N/C)}$$

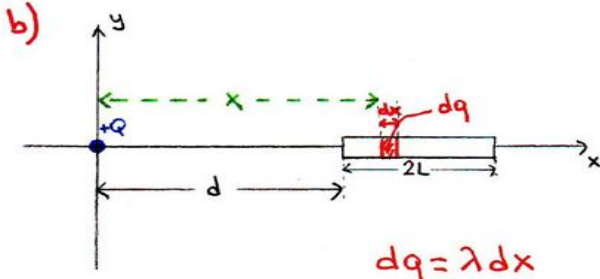
- 11) a)** Şekil 10 (a)'daki noktasal $+q$ yükünün, kendisinden d kadar uzaktaki noktasal $+Q$ yüküne uyguladığı elektriksel kuvveti bulunuz.
- b)** Şekil 10 (b)'deki $2L$ uzunluklu düzgün yüklü ince bir çubuğun, bir ucundan d kadar uzaktaki noktasal $+Q$ yüküne uyguladığı elektriksel kuvveti bulunuz.
- c)** Özdeş, $2L$ uzunluklu ve düzgün yüklü iki çubuk, x -ekseni boyunca merkezleri arasındaki uzaklık $b > L$ olacak biçimde Şekil 10 (c)'deki gibi yerleştirilmiştir. Sağdaki çubuğun soldaki çubuğa uyguladığı elektriksel kuvveti bulunuz.



Şekil 10



$$F = k \frac{Qq}{d^2}$$



$$dq = \lambda dx$$

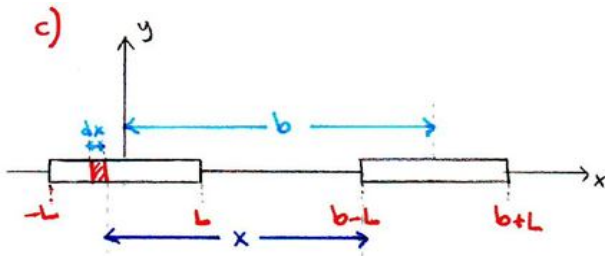
$$\lambda = \frac{q}{2L}$$

$$F = \int_d^{d+2L} dF = \int_d^{d+2L} k \frac{Q dq}{x^2}$$

$$F = kQ \int_d^{d+2L} \frac{\lambda dx}{x^2} = kQ\lambda \left[-\frac{1}{x} \right]_d^{d+2L}$$

$$F = kQ \frac{q}{2L} \left(-\frac{1}{d+2L} + \frac{1}{d} \right)$$

$$F = k \frac{Qq}{d(d+2L)}$$



(b) şikkındaki sonuca göre, şubuğun d kadar uzaklıktaki Q yüküne uyguladığı elektriksel kuvvet $F = k \frac{Qq}{d(d+2L)}$ olarak bulunmuştur. Bu sonuca göre, sağdaki şubuğun soldaki şubuk üzerindeki herhangi bir dq yük elemanına uygulayacağı dF elektriksel kuvveti;

$$dF = k \frac{q dq}{x(x+2L)} \quad dq = \lambda dx = \frac{q}{2L} dx$$

$$F = \int_{b-2L}^b dF = \frac{kq^2}{2L} \int_{b-2L}^b \frac{dx}{x(x+2L)}$$

$$\int \frac{dx}{x(x+a)} = \frac{1}{a} \ln \left(\frac{x}{x+a} \right) + c$$

$$F = \frac{kq^2}{2L} \left[\frac{1}{2L} \ln \left(\frac{x}{x+2L} \right) \right]_{b-2L}^b$$

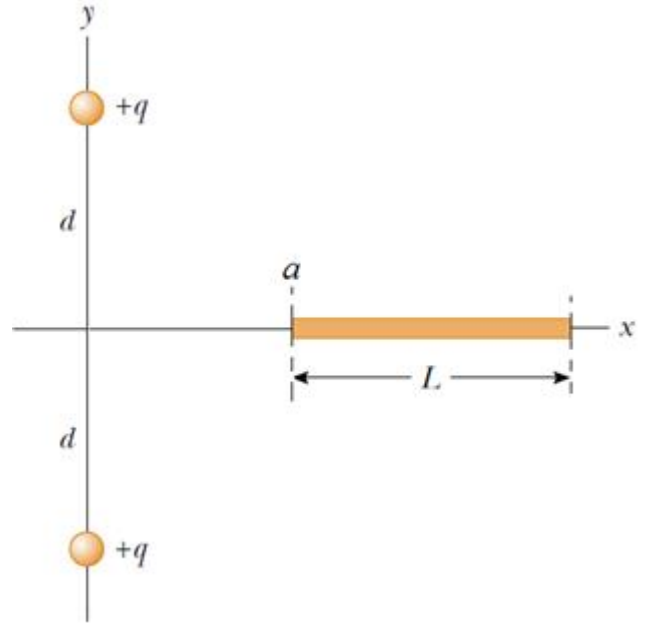
$$F = \frac{kq^2}{4L^2} \left[\ln \left(\frac{b}{b+2L} \right) - \ln \left(\frac{b-2L}{b-2L+2L} \right) \right] = \frac{kq^2}{4L^2} \ln \left(\frac{b}{b+2L} \cdot \frac{b}{b-2L} \right)$$

$$F = \frac{kq^2}{4L^2} \ln \left(\frac{b^2}{b^2 - 4L^2} \right)$$

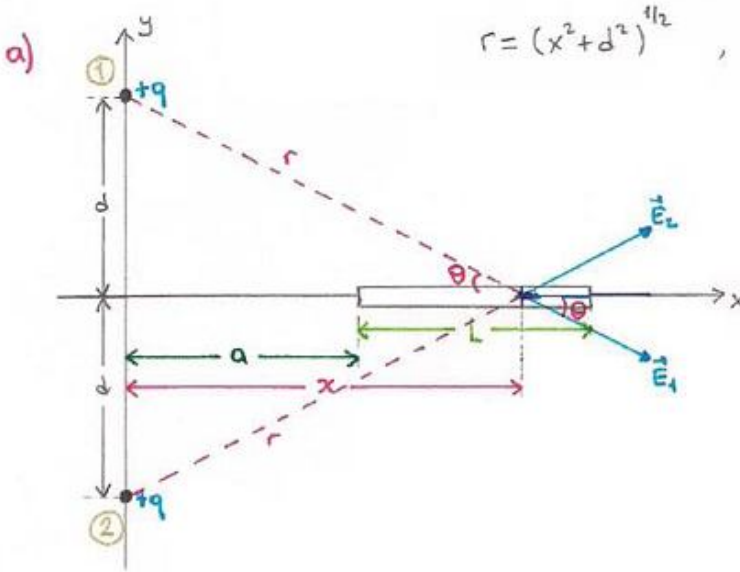
12) +q yüklü iki özdeş noktasal yük, y-ekseni üzerinde $\pm d$ noktalarına ve λ yük yoğunluklu L uzunluğundaki düzgün yüklü ince çubuk ise $x=a$ 'dan itibaren Şekil 11'de görüldüğü gibi yerleştirilmiştir.

a) + q yüklü noktasal cisimlerin x-ekseni üzerinde herhangi bir $x>0$ noktasında oluşturacakları elektrik alanı bulunuz.

b) Noktasal yüklerin çubuk üzerine uyguladıkları elektriksel kuvveti bulunuz.



Şekil 11



$$r = (x^2 + d^2)^{1/2}, \quad \cos \theta = \frac{x}{r}$$

$$\vec{E}_1 = k \frac{q}{r^2} \hat{n}_1$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \quad |\vec{E}_1| = |\vec{E}_2|$$

$$\vec{E} = E_{1x} \hat{i} - E_{1y} \hat{j} + E_{2x} \hat{i} + E_{2y} \hat{j}$$

$$\vec{E} = (E_{1x} + E_{2x}) \hat{i}$$

$$\vec{E} = 2E_1 \cos \theta \hat{i}$$

$$\vec{E} = 2k \frac{q}{r^2} \cos \theta \hat{i} = 2k \frac{q}{x^2 + d^2} \frac{x}{(x^2 + d^2)^{1/2}} \hat{i}$$

$$\vec{E} = 2k \frac{qx}{(x^2 + d^2)^{3/2}} \hat{i}$$

b) ① ve ② yüklerinin, şubuk üzerinde herhangi bir $dq = \lambda dx$ yük elemanına uyguladıkları elektriksel kuvvet; $d\vec{F} = dq \cdot \vec{E}$

$$d\vec{F} = (\lambda dx) \cdot \vec{E}$$

$$\vec{F} = \int_a^{a+L} d\vec{F} = \int_a^{a+L} (\lambda dx) \cdot 2k \frac{qx}{(x^2+d^2)^{3/2}} \hat{i}$$

$$\vec{F} = 2kq\lambda \int_a^{a+L} \frac{x dx}{(x^2+d^2)^{3/2}} \hat{i}$$

$$\int \frac{x dx}{(x^2+d^2)^{3/2}} = ?$$

$$x^2+d^2 = u$$

$$2x dx = du$$

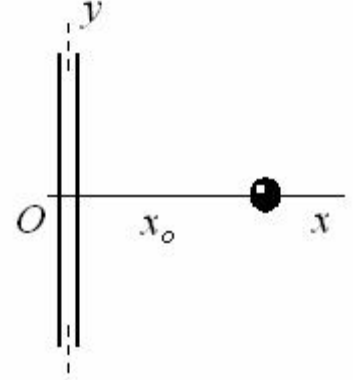
$$\vec{F} = -2kq\lambda \left[(x^2+d^2)^{-1/2} \right]_a^{a+L} \hat{i}$$

$$\int \frac{du/2}{u^{3/2}} = \frac{1}{2} \int \frac{du}{u^{3/2}} = \frac{1}{2} \left[\frac{u^{-1/2}}{-1/2} \right] = - \left[(x^2+d^2)^{-1/2} \right]$$

$$\vec{F} = -2kq\lambda \left\{ \left[(a+L)^2+d^2 \right]^{-1/2} - (a^2+d^2)^{-1/2} \right\} \hat{i}$$

$$\vec{F} = 2kq\lambda \left\{ \frac{1}{(a^2+d^2)^{1/2}} - \frac{1}{[(a+L)^2+d^2]^{1/2}} \right\} \hat{i}$$

13) Boyca yük yoğunluğu λ olan düzgün yük dağılımına sahip çubuk, Şekil 12'de görüldüğü gibi y eksenini boyunca $-\infty$ dan $+\infty$ kadar uzanmaktadır. x eksenine üzerine $x=x_0$ noktasına yerleştirilen q nokta yüküne etkileyen kuvveti bulunuz.



Şekil 12

$$dQ = \lambda dy$$

$$dF = \left(k \frac{q}{r^2} \right) dQ = \left(k q \lambda / r^2 \right) dy$$

$$F = \int dF_x = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{k q \lambda}{r^2} \cos \theta dy$$

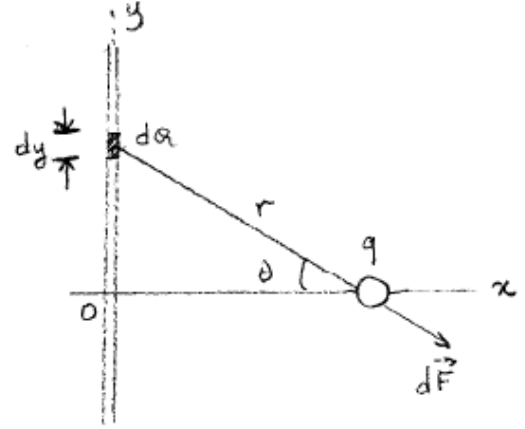
$$r = \frac{x_0}{\cos \theta} \text{ ve } y = x_0 \tan \theta$$

$$dy = x_0 \sec^2 \theta d\theta = \left(x_0 / \cos^2 \theta \right) d\theta$$

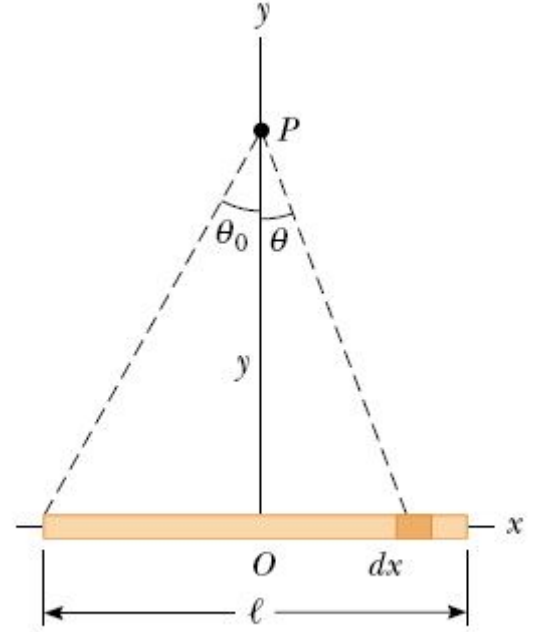
$$F = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{k q \lambda}{\left(x_0 / \cos \theta \right)^2} (\cos \theta) \left(x_0 / \cos^2 \theta \right) d\theta$$

$$= \frac{2 k q \lambda}{x_0}$$

$$\vec{F} = \left(2 k q \lambda / x_0 \right) \vec{i}$$



14) Şekil 13'deki gibi uzunluğu ℓ , boyca yük yoğunluğu λ olan ince çubuk x eksenindedir. Çubuğun orta dikmesi üzerinde, çubuktan y uzaklıktaki P noktasında elektrik alanı bulunuz.



Şekil 13

The handwritten solution shows the following steps:

- Diagram of the rod and point P with a small element dx at position x . The distance from the element to P is $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.
- Expression for the differential charge element: $dq = \lambda dx$.
- Expression for the differential electric field vector: $d\vec{E}_p = dE_p \hat{r}$.
- Components of the differential electric field: $dE_{px} = dE_p \sin\theta (-\hat{i})$ and $dE_{py} = dE_p \cos\theta (\hat{j})$.
- Integration of the components to find the total electric field: $\vec{E}_p = k \int \frac{dq}{r^2} \cdot \hat{r}$.
- Final expression for the electric field: $\vec{E}_p = \int_0^{\ell} \frac{k dq}{x^2 + y^2} \sin\theta \hat{i} + \int_0^{\ell} \frac{k dq}{x^2 + y^2} \cos\theta \hat{j}$.
- Final expression for the electric field: $\vec{E}_p = k\lambda \int_0^{\ell} \frac{dx}{x^2 + y^2} \sin\theta \hat{i} + k\lambda \int_0^{\ell} \frac{dx}{x^2 + y^2} \cos\theta \hat{j}$.

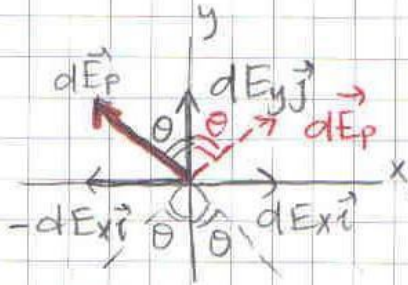
$$\sin\theta = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$\cos\theta = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$\vec{E}_p = k\lambda \int_0^c \frac{x dx}{(x^2+y^2)^{3/2}} \vec{i} + k\lambda y \int_0^c \frac{dx}{(x^2+y^2)^{3/2}} \vec{j}$$

$$\vec{E}_p = 2k\lambda \int_0^{c/2} \frac{x dx}{(x^2+y^2)^{3/2}} \vec{i} + 2k\lambda y \int_0^{c/2} \frac{dx}{(x^2+y^2)^{3/2}} \vec{j}$$

$= 0$



simetriden; $\int dE_x \vec{i} = 0$ olduğu görülüyor. P noktasındaki elektrik alan; $\int d\vec{E}_p = \int dE_y \vec{j}$

$$\int_0^c dE_y = 2k\lambda y \int_0^{c/2} \frac{dx}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$

$$\tan\theta = x/y$$

$$x = y \tan\theta$$

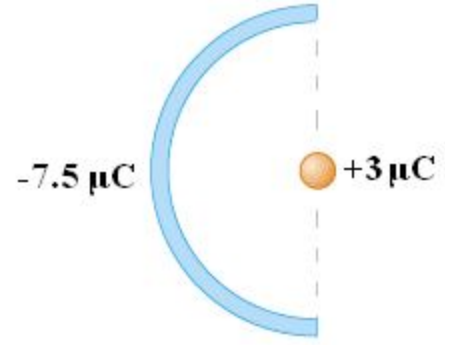
$$dx = y \sec^2\theta d\theta$$

$$\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta = 1/\cos^2\theta$$

$$= 2k\lambda y \int_{\theta=0}^{\theta=c/2=y} \frac{y \sec^2\theta d\theta}{(y^2 \tan^2\theta + y^2)^{3/2}} = \frac{2k\lambda \sin\theta_0}{y}$$

$$\vec{E}_p = \frac{2k\lambda \sin\theta_0}{y} \vec{j} \left(\frac{N}{C} \right)$$

15) 14 cm uzunluğunda düzgün yüklü yalıtkan bir çubuk Şekil 14'deki gibi yarım daire şeklinde bükülüyor. Çubuğun toplam yükü $-7.5 \mu\text{C}$ ise yarım dairenin merkezinde bulunan $+3 \mu\text{C}$ 'luk yüke etkileyen elektriksel kuvveti bulunuz.



Şekil 14

Handwritten solution on grid paper:

Diagram 1: A semi-circular rod of radius R and total charge $q = 3 \mu\text{C}$ is shown. A small element ds with charge dq is at an angle θ from the vertical. The distance from dq to the center is r . The electric field $d\vec{E}_0$ is shown pointing towards the center.

Diagram 2: A vector diagram showing the decomposition of $d\vec{E}_0$ into components $dE_0 \cos\theta$ (pointing left, $-i$) and $dE_0 \sin\theta$ (pointing down, $-j$).

Equations:

$$\int d\vec{E} = \int k \frac{dq \cdot \hat{r}}{r^2}$$

$$\int d\vec{E}_0 = \int dE_0 y \hat{j} + \int dE_0 x \hat{i}$$

$$= \int dE_0 \cos\theta \hat{j} + \int dE_0 \sin\theta (-\hat{i})$$

Simetriden dolayı $\int dE_0 y \hat{j} = 0$ olur.

Element charge: $dq = \lambda ds = \lambda R d\theta$

Integration:

$$\int_{\theta=-\pi/2}^{\pi/2} dE_0 = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} dE_0 (\cos(\theta + \pi/2)) + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} dE_0 (\sin(\theta + \pi/2))$$

$$= k \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\lambda R d\theta \cos(\theta + \pi/2)}{R^2} + k \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\lambda R d\theta \sin(\theta + \pi/2)}{R^2}$$

Trigonometric identities:

$$\cos(\theta + \pi/2) = -\sin\theta$$

$$\sin(\theta + \pi/2) = \cos\theta$$

Integration results:

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\vec{E}_0 = \frac{k\lambda}{R} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} -\sin\theta d\theta + \frac{k\lambda}{R} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos\theta d\theta$$

$$\vec{E}_0 = -\frac{2k\lambda}{R} \hat{i} = -\frac{2kq\pi}{e^2} \hat{i}$$

$$\vec{E}_0 = -21,6 \cdot 10^6 (\hat{i}) \frac{\text{N}}{\text{C}} = 21,6 (-\hat{i}) \frac{\text{MN}}{\text{C}}$$

Geometry relations:

$$l = 2\pi R$$

$$l = \pi R$$

$$R = l/\pi$$

$$\lambda = q/l$$

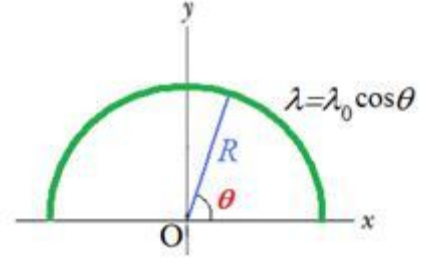
Final force calculation:

$+3 \mu\text{C}$ 'luk yüke etkileyen elektriksel kuvvet;

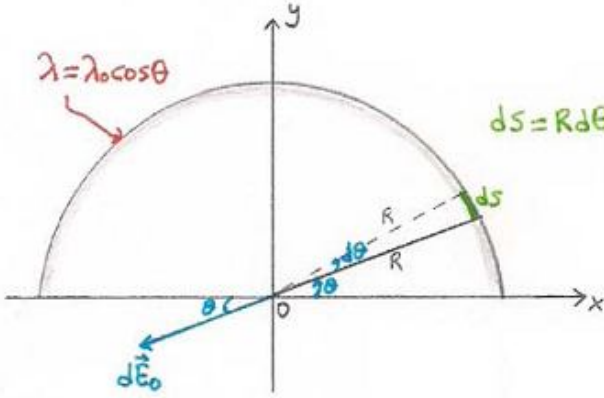
$$\vec{F}_{+3\mu\text{C}} = q \cdot \vec{E}_0 = 3 \cdot 10^{-6} \text{C} \cdot 21,6 \cdot 10^6 (-\hat{i}) \frac{\text{N}}{\text{C}} = 64,8 (-\hat{i}) \text{N}$$

16) Şekil 15'de görülen yarım çemberin üzerindeki çizgisel yük yoğunluğu $\lambda = \lambda_0 \cos\theta$ bağıntısı ile verildiğine göre;

- a) Yarım çember üzerindeki toplam yükü hesaplayınız.
b) O noktasındaki elektrik alanı bulunuz.



Şekil 15



$$\begin{aligned} \text{a) } Q &= \int \lambda ds \\ Q &= \int_0^\pi \lambda_0 \cos\theta R d\theta \\ Q &= \lambda_0 R \int_0^\pi \cos\theta d\theta \\ Q &= \lambda_0 R [\sin\theta]_0^\pi \end{aligned}$$

$$Q = 0$$

$$\text{b) } \vec{E}_0 = \int_0^\pi d\vec{E}_0 = \int_0^\pi (-dE_0 \cos\theta \hat{i} - dE_0 \sin\theta \hat{j})$$

$$dE_0 = k \frac{dQ}{R^2} = k \frac{\lambda ds}{R^2} = k \frac{\lambda_0 \cos\theta R d\theta}{R^2} = k \frac{\lambda_0}{R} \cos\theta d\theta$$

$$\vec{E}_0 = -k \frac{\lambda_0}{R} \int_0^\pi (\cos^2\theta \hat{i} + \cos\theta \sin\theta \hat{j}) d\theta$$

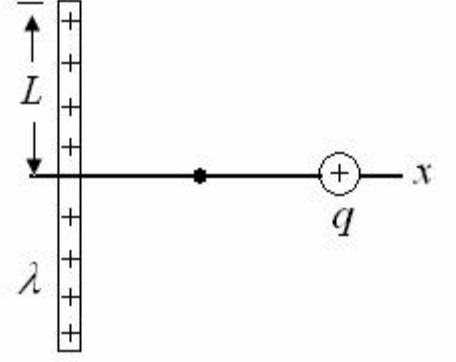
$$\begin{aligned} \cos 2\theta &= 2\cos^2\theta - 1 = 1 - 2\sin^2\theta \\ \sin 2\theta &= 2\sin\theta \cos\theta \end{aligned}$$

$$\vec{E}_0 = -k \frac{\lambda_0}{R} \left(\int_0^\pi \frac{1 + \cos 2\theta}{2} d\theta \hat{i} + \int_0^\pi \frac{\sin 2\theta}{2} d\theta \hat{j} \right)$$

$$\vec{E}_0 = -k \frac{\lambda_0}{R} \left\{ \left[\frac{\theta}{2} + \frac{\sin 2\theta}{4} \right]_0^\pi \hat{i} + \left[-\frac{1}{2} \frac{\cos 2\theta}{2} \right]_0^\pi \hat{j} \right\}$$

$$\vec{E}_0 = -k \frac{\pi \lambda_0}{2R} \hat{i}$$

17) 30 cm uzunluğundaki düzgün yüklü ince çubuğun yük yoğunluğu $15 \mu\text{C/m}$ ' dir. Çubuğun orta noktasından 30cm uzağa, çubuğa dik doğrultuda $3 \mu\text{C}$ ' luk q nokta yükü Şekil 16'daki yerleştirilmiştir. Nokta yük ile çubuğun merkezi arasındaki orta noktada elektrik alanı bulunuz.



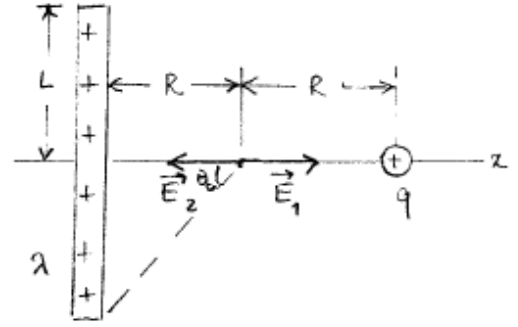
Şekil 16

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \\ &= \left(\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} \right) \sin\theta_0 \vec{i} \\ &\quad - \left(\frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \right) \vec{i} \\ &= \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right) \left\{ \left[\frac{2\lambda \sin\theta_0}{R} \right] \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{q}{R^2} \right) \right\} \vec{i}\end{aligned}$$

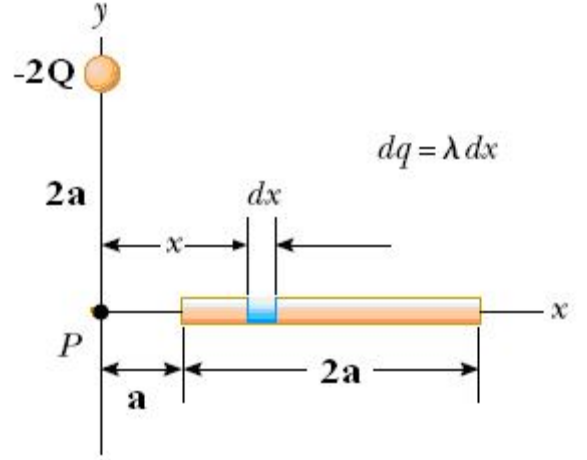
$$\tan\theta_0 = \frac{L}{R} \rightarrow \theta_0 = 45^\circ$$

Alan şiddeti;

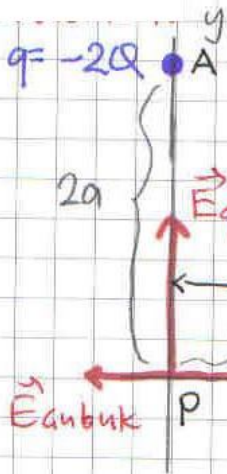
$$E = 7,3 \times 10^4 \text{ N/C} \quad \text{nokta yüküne yönelik.}$$



18) Şekil 17'deki $2a$ uzunluklu çubuğun toplam yükü Q , boyca yük yoğunluğu λ 'dir. $-2Q$ noktasal yükü y ekseninde P noktasından $2a$ uzaklıkta bulunmaktadır. P noktasındaki elektrik alanı hesaplayınız.



Şekil 17



$$dq = \lambda dx$$

$$\lambda = Q/2a$$

$$d\vec{E} = k \int \frac{dq \cdot \vec{r}}{r^2}$$

$$\vec{E} = k \int \frac{dq}{r^2} \vec{r}$$

$$|AP| = 2a = |BC|$$

$$|PB| = a$$

$$\int d\vec{E}_{\text{anbuk}} = k \int \frac{dq}{x^2} (-\vec{i}) = k \lambda \int_a^{3a} \frac{dx}{x^2} (-\vec{i})$$

$$\vec{E}_{\text{anbuk}} = \frac{kQ}{3a^2} (-\vec{i})$$

$$\vec{E}_q = \frac{k \cdot 2Q}{(2a)^2} (\vec{j}) = \frac{kQ}{2a^2} \vec{j}$$

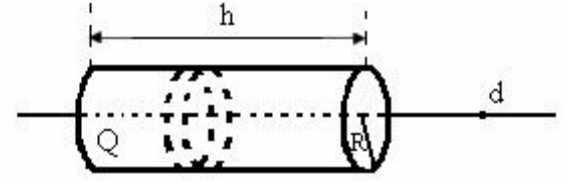
P noktasındaki elektrik alan; $\vec{E}_p = \vec{E}_{\text{anbuk}} + \vec{E}_q$

$$\vec{E}_p = \left[\frac{kQ}{3a^2} (-\vec{i}) + \frac{kQ}{2a^2} (\vec{j}) \right] \frac{N}{C}$$

19) Şekil 18'de verilen yarıçapı R, yüksekliği h, toplam yükü Q olan dairesel dik bir silindir tabakası düzgün yüklüdür.

a) Silindirin sağ yanından d uzaklıktaki bir noktadaki elektriksel alanı bulunuz.

b) Bu soruyu aynı boyutlara sahip, yükü hacmine düzgün olarak dağılmış içi dolu bir silindir için hesaplayınız.



Şekil 18

a) Halkaların elemanlarına;

Alın $x=0$ noktasında hesaplayalım
 dx kalınlıklı halka yükü;
 $dq = \frac{Q}{h} dx$ olur.

$\cos \theta = \frac{x}{r}$

$d\vec{E} = d\vec{E}_y + d\vec{E}_x$

$dE_x = dE \cos \theta \rightarrow$ $d\vec{E}_x = k \frac{dq}{r^2} \frac{x}{r}$

$\int dE_x = \int k \frac{x}{(x^2+a^2)^{3/2}} dq$

$\vec{E} = \int_d^{d+h} k \frac{x}{(x^2+a^2)^{3/2}} \frac{Q}{h} dx \hat{i}$

$= k \frac{Q}{h} \int_d^{d+h} (x^2+a^2)^{-3/2} 2x dx \hat{i}$

$x^2+a^2 = u$
 $2x dx = du$

$\frac{kQ}{2h} \int u^{-3/2} du \Rightarrow -\frac{kQ}{2h} \left[(x^2+a^2)^{-1/2} \right]_d^{d+h}$

$\vec{E} = \frac{kQ}{h} \left\{ \left[(d+h)^2 + a^2 \right]^{-1/2} - \left[d^2 + a^2 \right]^{-1/2} \right\} \hat{i}$

$a=R$

$\vec{E} = \frac{kQ}{h} \left\{ \left[(d+h)^2 + R^2 \right]^{-1/2} - \left[d^2 + R^2 \right]^{-1/2} \right\} \hat{i}$

$\vec{E} = \frac{kQ}{h} \left\{ \frac{1}{\sqrt{d^2+R^2}} - \frac{1}{\sqrt{(d+h)^2+R^2}} \right\} \hat{i}$

b) Disklerden oluşuyorsa



$$dq = \frac{Q}{h} dx$$

$$2\pi r dr = dA$$

birim yürey başına $\vec{E} = \frac{Q}{\pi R^2 h} \frac{dx}{h}$

$$dq = 2\pi r \vec{E} dr$$

$$d\vec{E}_x = dE \cos\theta = k \frac{dq}{r^2} \frac{x}{r} \hat{i}$$

$$dE = \int \frac{kx}{(x^2+r^2)^{3/2}} (2\pi r \vec{E} dr) \hat{i} \quad x=bt \quad r=0 \rightarrow R$$

$$kx\pi\vec{E} \int_0^R \frac{2r dr}{(x^2+r^2)^{3/2}} \Rightarrow \underbrace{(x^2+r^2)^{-3/2}}_u \underbrace{2r dr}_{\frac{du}{x^2+r^2=2r dr}} = du$$

$$kx\pi\vec{E} \int u^{-3/2} du \hat{i} \Rightarrow -kx\pi\vec{E} 2 (x^2+r^2)^{-1/2} \Big|_0^R \hat{i}$$

$$\Rightarrow 2kx\pi\vec{E} \left\{ x^{-1} - (x^2+R^2)^{-1/2} \right\} \hat{i}$$

$$dF \Rightarrow 2k\pi\vec{E} \left\{ 1 - \frac{x}{(x^2+R^2)^{1/2}} \right\} \hat{i}$$

$$\int dF = \int_d^{d+h} 2k\pi \frac{Q}{\pi R^2 h} dx \left\{ 1 - \frac{x}{(x^2+R^2)^{1/2}} \right\} \hat{i}$$

$$\Rightarrow \frac{kQ}{R^2 h} \int_d^{d+h} \left(2 - \frac{2x}{(x^2+R^2)^{1/2}} \right) dx \hat{i}$$

$$x^2+R^2 = u \\ 2x dx = du$$

$$k \frac{Q}{hR^2} \left\{ 2x \Big|_d^{d+h} - \int u^{-1/2} du \right\} \hat{i}$$

$$\frac{kQ}{R^2 h} \left\{ 2x \Big|_d^{d+h} - 2(x^2+R^2)^{1/2} \Big|_d^{d+h} \right\} \hat{i}$$

$$k \frac{Q}{hR^2} \left\{ 2(d+h) - 2d \right\} - 2 \left\{ \left((d+h)^2 + R^2 \right)^{1/2} - \left(d^2 + R^2 \right)^{1/2} \right\} \hat{i}$$

$$\vec{E} = 2k \frac{Q}{hR^2} \left\{ h - \left((d+h)^2 + R^2 \right)^{1/2} + \left(d^2 + R^2 \right)^{1/2} \right\} \hat{i}$$

20) Bir elektron, bir halka yükün eksenini boyunca harekete zorlanıyor. Elektronun, açısal frekansı

$$\omega = \sqrt{\frac{eQ}{4\pi\epsilon_0 m a^3}}$$

olan titreşimler yapabileceğini gösteriniz.

Bu formül halka yükün merkezinden $x \ll a$ için küçük titreşimlerde geçerlidir. e elektronun yükü, Q halkadaki yük miktarı, ϵ_0 sabiti boş uzayın elektriksel geçirgenliği, m elektronun kütlesi, a halkanın yarı çapıdır.

Halka yükünün merkezinden x kadar uzaklıkta

toplam elektrik alanı, $E = k \frac{Q \cdot x}{(a^2 + x^2)^{3/2}}$ dir.

$x \ll a$ için

$$E = k \frac{Q \cdot x}{a^3} \text{ olur.}$$

$$F = eE = k \frac{Q}{a^3} x \cdot e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q \cdot e}{a^3} x$$

F , x ile doğru orantılı ve yönü x 'e tersdir.

$$k = m\omega^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q \cdot e}{a^3}$$

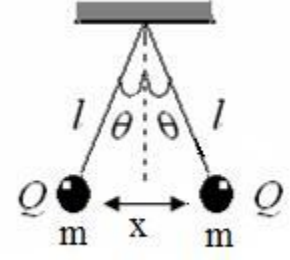
$$\omega = \sqrt{\frac{Q \cdot e}{4\pi\epsilon_0 m a^3}}$$

bulunur.

21) Şekil 19'daki gibi kütlesi m olan iki benzer iletken küre l uzunluğunda ipek ipe asılmıştır. Her iki kürenin yükü eşit ve Q kadardır. θ 'nın çok küçük olması durumunda,

$$x = \left(\frac{Q^2 l}{2\pi\epsilon_0 mg} \right)^{1/3}$$

olduğunu gösteriniz.



Şekil 19

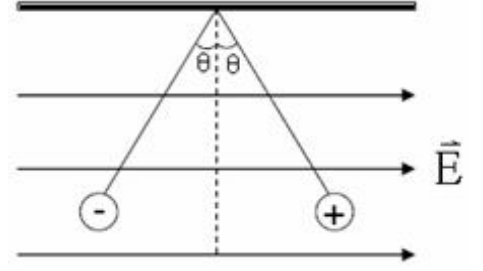
θ küçük olduğu için,

$\sin\theta = \tan\theta = \theta$ dir

$$\tan\theta = \frac{x/2}{l} \quad \text{ve} \quad \tan\theta = \frac{F}{mg} = \frac{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{x^2}}{mg} \quad \text{den}$$

$$x = \left(\frac{Q^2 \cdot l}{2\pi\epsilon_0 mg} \right)^{1/3} \quad \text{bulunur.}$$

22) 2g kütleli iki küçük küre Şekil 20'de görüldüğü gibi 10 cm uzunluklu ince iplerle asılıyor. Düzgün bir elektrik alanı +x doğrultusunda uygulanıyor. Kürelerin yükleri -50 nC ve +50 nC ise, küreleri $\theta = 10^\circ$ açıda tutabilecek elektrik alan şiddetini bulunuz.



Şekil 20

$q_1 = -50 \text{ nC} = -5 \cdot 10^{-8} \text{ C}$, $m = 2 \text{ g} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$
 $q_2 = 50 \text{ nC} = 5 \cdot 10^{-8} \text{ C}$, $L = 10 \text{ cm} = 10 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
 $\theta = 10^\circ$, $g \sim 10 \text{ m/s}^2$

$$\vec{F}_c = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r} \Rightarrow |\vec{F}_c| = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$\theta = 10^\circ$ dengede olması için;
 $\sum F_x = 0$; $\sum F_y = 0$ olmalıdır.

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T \cos \theta - mg = 0 \Rightarrow T = \frac{mg}{\cos \theta}$$

$$T = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 10}{\cos 10^\circ} \sim 0,02 \text{ N}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow qE - T \sin \theta - F_c = 0 \quad r = 2L \sin \theta =$$

$$= 5 \cdot 10^{-2} \cdot E - 0,02 \cdot \sin 10^\circ - \left(8,99 \cdot 10^9 \cdot \frac{(5 \cdot 10^{-8})^2}{(2 \cdot 0,1 \cdot \sin 10^\circ)^2} \right) = 0$$

$$\Rightarrow 5 \cdot 10^{-2} E - 3,473 \cdot 10^{-3} - (0,0186) = 0$$

$$E \approx 4,42 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

- 23) Bir proton yatay doğrultuda 4.5×10^5 (m/s)' lik hızla, düşey doğrultulu 9.6×10^3 (N/C)' luk düzgün bir elektrik alanına giriyor. Kütle çekimsel etkileri ihmal ederek,
- Protonun, yatay olarak 5cm yol alması için geçen süreyi,
 - Protonun, yatay olarak 5cm yol alması durumunda düşey yer değiştirmesini,
 - Protonun, yatay olarak 5cm yol alması durumunda hızının yatay ve düşey bileşenlerini bulunuz.

$$a) \quad t = \frac{x}{v} = \frac{0,05}{4,5 \times 10^5} = 1,11 \times 10^{-7} \text{ s}$$

$$b) \quad a_y = \frac{qE}{m} = \frac{(1,602 \times 10^{-19})(9,6 \times 10^3)}{(1,67 \times 10^{-27})} = 9,21 \times 10^{11} \text{ m/s}^2$$

$$y = \frac{1}{2} (9,21 \times 10^{11}) (1,11 \times 10^{-7})^2 = 5,67 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$c) \quad v_x = 4,5 \times 10^5 \text{ m/s}$$

$$v_y = (9,21 \times 10^{11}) (1,11 \times 10^{-7}) = 1,02 \times 10^5 \text{ m/s}$$

- 24) Bir elektron, $\vec{E} = 390\vec{j}$ (N/C) 'luk bir elektrik alan bölgesinde yatay eksenle 30° 'lik açı yapacak şekilde 8.2×10^5 m/s hızla fırlatılıyor. Yerçekimini ihmal ederek,
- elektronun ilk atıldığı yüksekliğe geri dönmesi için geçen süreyi,
 - elektronun ulaşabileceği maksimum yüksekliği,
 - maksimum yüksekliğe ulaştığı anda yatay yer değiştirmesini bulunuz.

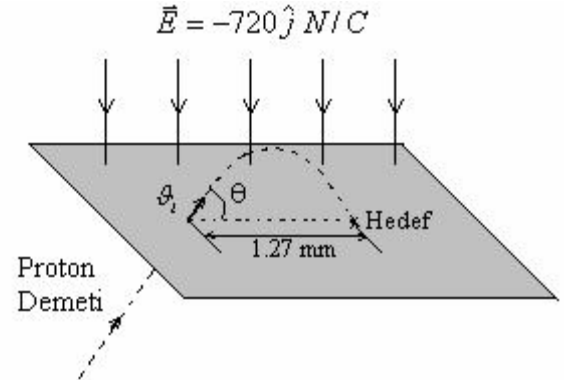
$\vec{E} = 390\vec{j}$ (N/C) $\vec{F}_e = q\vec{E}$
 $a = \frac{qE}{m} = \text{sabit}$
 $\vec{a}_y = \frac{q\vec{E}}{m} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 390 \vec{j} \text{ N/C}}{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}$
 $\vec{a}_y = 6,86 \cdot 10^{13} \text{ m/s}^2 (\vec{j})$

$|OA| = |AB| = R/2$ a) $t = \frac{2v_i \sin \theta}{a_y} = \frac{2 \cdot 8,2 \cdot 10^5 \text{ m/s} \cdot \sin 30^\circ}{6,86 \cdot 10^{13} \text{ m/s}^2} = 1,2 \cdot 10^{-8} \text{ s}$
 $|OB| = R$ b) $h = \frac{v_i^2 \sin^2 \theta}{2a_y} = 1,23 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

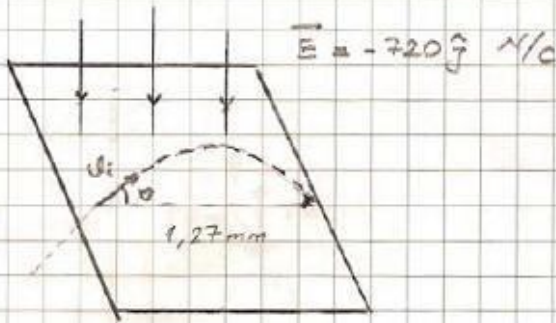
c) $\frac{R}{2} = \frac{v_i^2 \sin^2 \theta}{2a_y} = 4,24 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

25) Bir proton demeti düzgün bir $\vec{E} = -720\hat{j}$ (N/C) elektrik alan bölgesine $v_i = 9.55 \times 10^3$ (m/s)' lik hızla Şekil 20'deki gibi fırlatılıyor. Protonların fırlatıldıkları noktadan yatay olarak 1.27 mm uzaklıktaki bir hedefi vurmaları bekleniyor.

- a) Vuruşun sağlanacağı iki θ açısını,
b) Her iki θ açısı için vuruşa kadar geçen süreyi bulunuz.



Şekil 20



$$a_y = \frac{eE}{m} = \frac{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 720}{1.67 \cdot 10^{-27}}$$

$$a_y = 690 \cdot 10^8 \text{ m/s}^2 \\ \approx 6.9 \cdot 10^{10} \text{ m/s}^2$$

$$v_{sy} = v_{iy} - a_y t \Rightarrow v_{sy} = 0$$

$$v_i = a_y t \Rightarrow t_{us} = \frac{2v_{iy}}{a_y}$$

$$x = v_{ix} \cdot t_{us} \quad x = 2 \frac{v_{iy}}{a_y} v_{ix}$$

$$x = \frac{2v_0^2 \sin\theta \cos\theta}{a_y}$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin\theta \cos\theta$$

$$x = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{a_y}$$

$$x = 1.27 \cdot 10^{-3} \text{ m} \Rightarrow \sin 2\theta = 0.961 \Rightarrow \theta_1 \approx 36.9^\circ$$

$$\theta_2 = 90 - \theta_1 \approx 53.1^\circ$$

$$b) t_{us} = \frac{x}{v_{ix}} = \frac{1.27 \cdot 10^{-3}}{v_i \cos\theta}$$

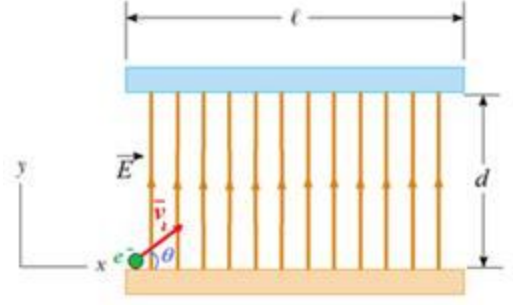
$$\theta = 36.9^\circ \Rightarrow t = 167 \text{ ns}$$

$$\theta = 53.1^\circ \Rightarrow t = 221 \text{ ns}$$

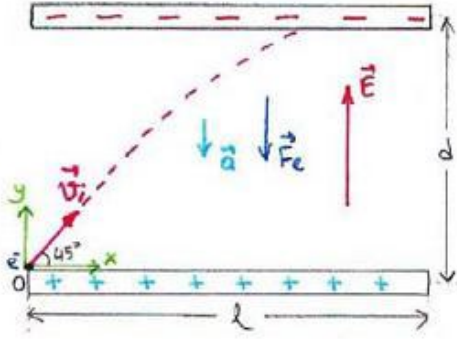
26) Bir elektron Şekil 21'de görüldüğü gibi harekete başlıyor. $v_i = 6 \times 10^6 (m/s)$, $\theta = 45^\circ$, $E = 2 \times 10^3 (N/C)$, $d = 2 \text{ cm}$ ve $\ell = 10 \text{ cm}$ olduğuna göre, elektronun harekete başladığı noktayı (0,0) kabul ederek,

a) Elektronun hangi plakaya çarpacağını belirleyiniz.

b) Elektronun plakaya çarptığı noktanın konum vektörünü başlangıç noktasına göre yazınız. (Yerçekimini ihmal ediniz.)



Şekil 21



$$a) \Sigma F = F_e$$

$$ma = eE$$

$$a = \frac{eE}{m}$$

$$a = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^3}{9,1 \cdot 10^{-31}}$$

$$a = 3,51 \cdot 10^{14} (m/s^2)$$

$$v_{xi} = v_{yi} = v_i \cdot \cos 45^\circ$$

$$v_{xi} = v_{yi} = 6 \cdot 10^6 \cdot \cos 45^\circ$$

$$v_{xi} = v_{yi} = 4,24 \cdot 10^6 (m/s)$$

$$v_{ys}^2 = v_{yi}^2 - 2ay_{max}$$

$$0 = (4,24 \cdot 10^6)^2 - 2 \cdot 3,51 \cdot 10^{14} \cdot y_{max}$$

$$y_{max} = 0,0256 (m)$$

$$y_{max} = 2,56 (cm) \quad d = 2 (cm)$$

$y_{max} > d$ olduğundan, elektron üst plakaya çarpar

$$b) v_{ys}^2 = v_{yi}^2 - 2ay$$

$$v_{ys}^2 = (4,24 \cdot 10^6)^2 - 2 \cdot 3,51 \cdot 10^{14} \cdot 0,02$$

$$v_{ys} = 1,98 \cdot 10^6 (m/s)$$

$$v_{ys} = v_{yi} - at$$

$$1,98 \cdot 10^6 = 4,24 \cdot 10^6 - 3,51 \cdot 10^{14} \cdot t$$

$$t = 6,43 \cdot 10^{-9} (s)$$

$$x = v_{xi} \cdot t$$

$$x = v_i \cos 45^\circ \cdot t$$

$$x = 4,24 \cdot 10^6 \cdot 6,43 \cdot 10^{-9}$$

$$x = 2,72 \cdot 10^{-2} (m)$$

$$x = 2,72 (cm)$$

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$$

$$\vec{r} = 2,72\hat{i} + 2\hat{j} (cm)$$